

---

**Entwicklung eines Verfahrens zur Rekonstruktion von  
Fingerabdruckbildern mit Hilfe von adaptiven  
Glättungsverfahren**

---

**Diplomarbeit**

**zur Erlangung des akademischen Grades  
Diplom-Informatiker**

**Fachhochschule für Technik und Wirtschaft Berlin  
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften II  
Studiengang Angewandte Informatik**

**Betreuer:**

**Prof. Dr.-Ing. Thomas Jung  
Dipl.-Mathematiker Klaus Weniger**

**Matrikelnummer s0399925  
Berlin, den 8. August 2004**

## **Danksagung**

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei der Erstellung dieser Diplomarbeit unterstützt haben. Mein besonderer Dank für die Betreuung dieser Arbeit gilt Herrn Prof. Thomas Jung und Herrn Klaus Weniger. Weiterhin danke ich Herrn Jan Schneider für die vielen kritischen Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung und Aufbau der Arbeit .....</b>	<b>5</b>
<b>1 Grundlagen der Fingerabdruckerkennung.....</b>	<b>6</b>
1.1 Benutzung von Fingerabdrücken für die Personenidentifikation .....	6
1.2 Aufbau eines minuzienbasierten Fingerabdruckerkennungssystems.....	9
1.2.1 Bildaufnahme .....	9
1.2.2 Extraktion von Merkmalen .....	9
1.2.3 Klassifizierung von Fingerabdrücken .....	9
1.2.4 Vergleich von extrahierten Merkmalsätzen .....	9
1.3 Extraktion von Minuzien .....	10
1.3.1 Segmentierung des Fingerabdruckbildes .....	12
1.3.2 Berechnung des Orientierungsfeldes .....	13
1.3.3 Rekonstruktion des Fingerabdruckbildes.....	13
1.3.4 Binarisierung des Fingerabdruckbildes.....	14
1.3.5 Skelettierung des Fingerabdruckbildes .....	15
1.3.6 Minuzienextraktion .....	16
1.3.7 Filterung von falschen Minuzien .....	16
<b>2 Grundlagen der Bildverarbeitung.....</b>	<b>19</b>
2.1 Grundbegriffe.....	19
2.1.1 Bildfunktion .....	19
2.1.2 Isotropie .....	19
2.1.3 Lokale Operatoren .....	19
2.1.4 Ableitungen der Bildfunktion .....	21
2.2 Einfache Nachbarschaften .....	25
2.3 Lokale Orientierung .....	26
2.4 Adaptive Filter .....	30
2.5 Morphologische Filter.....	31
<b>3 Techniken der Fingerabdruckrekonstruktion .....</b>	<b>33</b>
<b>4 Rekonstruktion.....</b>	<b>35</b>

4.1	Analyse des Rillenmodells.....	36
4.1.1	Berechnung der Rillenfrequenz mit Hilfe von Gaborfiltern .....	38
4.2	Segmentierung des Fingerabdrucks .....	42
4.3	Inhomogene anisotrope Diffusionsfilterung .....	46
4.3.1	Adaptiver Glättungskern.....	46
4.3.2	Adaptives Verstärkungsfilter .....	46
4.3.3	Diffusionsmodell.....	46
<b>5</b>	<b>Ergebnisse und Ausblick .....</b>	<b>46</b>
5.1	Ergebnisse .....	46
5.2	Zusammenfassung und Ausblick .....	46
<b>6</b>	<b>Notationen.....</b>	<b>46</b>
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>46</b>

## Einleitung und Aufbau der Arbeit

Die Identifikation von Personen anhand ihrer Fingerabdrücke wird schon seit mehr als 100 Jahren mit Erfolg in der Kriminalistik eingesetzt. In den letzten 10 Jahren wurden zahlreiche Systeme für eine automatisierte Fingerabdruckerkennung entwickelt, die neben der ursprünglichen Anwendung in der Kriminalistik auch in zivilen Bereichen wie Zutrittskontrolle oder E-Commerce genutzt werden. Umfangreiche Tests haben jedoch gezeigt, dass alle Verfahren eine relativ hohe Fehleranfälligkeit zeigen, wenn es sich um den Einsatz in einem realen Umfeld handelt. Die Ursachen hierfür liegen zum einen in der enormen Komplexität von solchen Systemen, die nur bei einer exakten Abstimmung aller Komponenten zuverlässig funktionieren können und zum anderen in einer nicht ausreichenden algorithmischen Stabilität, was die Verarbeitung von schlechten oder nicht vollständigen Fingerabdruckbildern betrifft. Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, ein Verfahren zu entwickeln, welches eine möglichst genaue Rekonstruktion von qualitativ schlechten Fingerabdruckbildern und somit auch eine viel stabilere Fingerabdruckerkennung ermöglicht.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt aufgebaut: Das erste Kapitel beschreibt die Grundlagen der Fingerabdruckerkennung, im Kapitel 2 folgt dann ein Überblick über die notwendigen Techniken der Signal- und Bildverarbeitung. Das dritte Kapitel stellt bekannte Ansätze für die Rekonstruktion der Fingerabdruckbilder vor und zeigt die Nachteile dieser Methoden auf. Im vierten Kapitel präsentieren wir das neue Rekonstruktionsverfahren und führen dessen Auswertung an einer vorgegebenen Datenbasis durch.

# 1 Grundlagen der Fingerabdruckerkennung

## 1.1 Benutzung von Fingerabdrücken für die Personenidentifikation

Die Grundlagen der modernen Fingerabdruckerkennung wurden am Ende des neunzehnten Jahrhunderts von E. Henry und F. Galton erforscht. Henry untersuchte die globale Struktur der Papillarlinien und hat die Fingerabdrücke in fünf Basisklassen eingeteilt (siehe Abb. 1.1). Die von ihm vorgeschlagene Klassifizierungstechnik, auch „Henry System“ genannt, wird bis heute in den meisten Identifikationssystemen, z.B. für die Clusterung von großen Fingerabdruckdatenbanken verwendet.

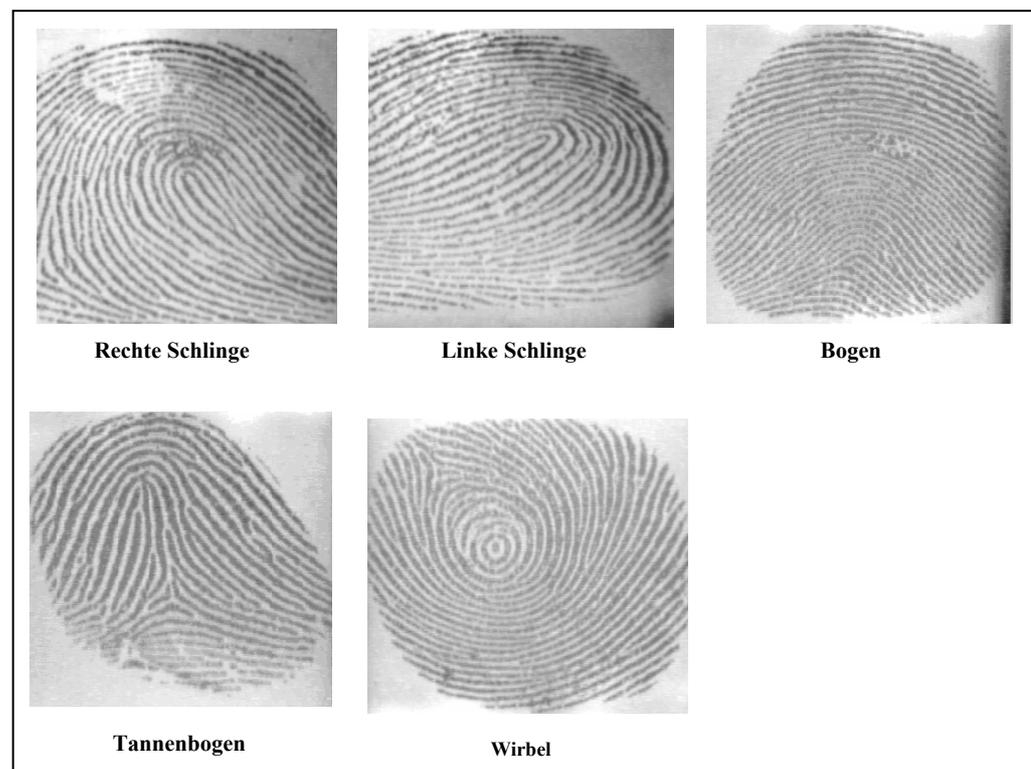


Abbildung 1.1: Fünf Klassen von Fingerabdrücken nach Henry

Galton erforschte dagegen die charakteristischen Details eines Fingerabdrucks, deren Vergleich eine eindeutige Identifikation von Personen ermöglicht. Die Untersuchungen von Galton brachten zwei wichtige Erkenntnisse. Zum einen ging aus seiner Studie hervor, dass jeder der zehn Fingerabdrücke bei jedem Menschen einzigartig ist und zum anderen, dass die Struktur der Papillarlinien einer Fingerkuppe lebenslang

erhalten bleibt<sup>1</sup>. Somit wurde die Grundlage für die Personenidentifikation mittels Fingerabdruckerkennung geschaffen.

Henry hat also die Klassen von Fingerabdrücken festgelegt, die die grobe Struktur des Fingers beschreiben und Galton hat die Fingerabdruckmerkmale beschrieben, die für eine genaue Zuordnung einer Person von Bedeutung sind.

Die grundlegenden Merkmale, die in den modernen Fingerabdruckerkennungssystemen für die Personenidentifizierung herangezogen werden, sind folgende:

- Rillenendungen
- Rillenverzweigungen
- Brücken
- Inseln
- Kreuzungen

Im Allgemeinen unterscheidet man zwischen folgenden Arten von Merkmalen:

- Punktmerkmale. Dazu gehören Rillenendungen und Verzweigungen.
- kombinierte Merkmale. Das sind die Merkmale, die aus mehreren Punktmerkmalen zusammengesetzt sind.
- globale Merkmale (Singularitäten). Das sind Merkmale, die die globale Struktur eines Fingerabdrucks beschreiben. Dazu gehören Deltas und Kerne. Als Kern bezeichnet man dabei den höchsten Punkt der innersten Papillarlinie des Fingers. Deltas sind Punkte, an denen die Rillen in drei verschiedenen Richtungen vorbeilaufen und eine dreieckartige Struktur bilden.

Beispiele für Fingerabdruckmerkmale sind in der Abbildung 1.2 dargestellt.

Bei einer Vielzahl von automatischen Fingerabdruckerkennungssystemen wird ein Fingerabdruck durch einen Satz von Punktmerkmalen, die wir im Folgenden als Minuzien bezeichnen, repräsentiert. Zusätzlich können aber auch Singularitäten und

---

<sup>1</sup> Es existiert immer noch kein wissenschaftlicher Nachweis über die Einzigartigkeit von Fingerabdrücken. Diese Erkenntnisse basieren lediglich auf empirischen Untersuchungen und konnten bis heute nicht widerlegt werden.

kombinierte Merkmale aufgenommen werden. Da eine zuverlässige Extraktion dieser nur bei qualitativ guten und vollständigen Fingerabdruckbildern möglich ist, wird darauf jedoch häufig verzichtet.

Eine Minuzie kann mit verschiedenen Attributen versehen werden, normalerweise sind das Ortskoordinaten in kartesischer oder polarer Form, der Minuzientyp sowie der Neigungswinkel der Minuzie zu der x-Achse, der sich aus der Orientierung der zugrunde liegenden Papillarlinie ableitet.

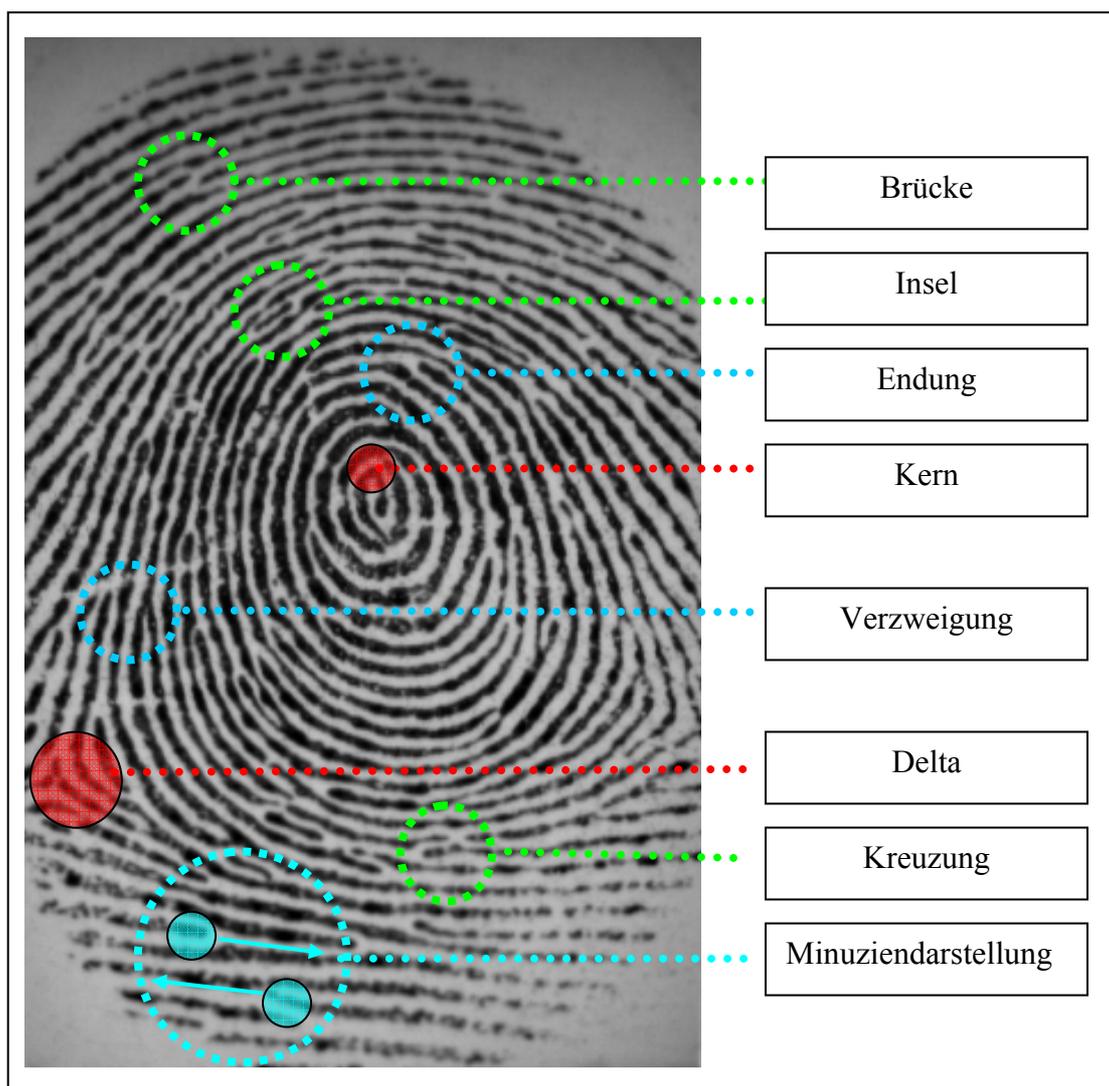


Abbildung 1.2: Charakteristische Merkmale eines Fingerabdrucks. Kombinierte Merkmale sind grün, Punktmerkmale sind türkis und globale Merkmale sind rot gekennzeichnet.

## **1.2 Aufbau eines minuzienbasierten Fingerabdruckerken- nungssystems**

Die meisten Verfahren für die Fingerabdruckerkennung sind minuzienbasiert. Das heißt, sie ziehen für den Vergleich zweier Finger ausschließlich Minuzien heran. In den folgenden Abschnitten werden wir den allgemeinen Aufbau eines solchen Systems beschreiben.

### **1.2.1 Bildaufnahme**

Bei der Bildaufnahme eines Fingerabdrucks erfolgt die Erfassung von Papillarlinien der Fingerkuppe durch einen Fingerabdrucksensor. Dieser führt eine Messung an der Hautoberfläche des Fingers durch und überträgt das gewonnene Signal an eine Digitalisierungseinheit. Folgende Bildaufnahmetechniken sind weit verbreitet:

- Optisch
- Kapazitiv
- Thermoelektrisch
- Drucksensitiv

### **1.2.2 Extraktion von Merkmalen**

Liegt ein digitalisiertes Bild vor, wird dieses in einem komplexen Bildverarbeitungsverfahren verbessert und segmentiert. Anschließend werden die Fingerabdruckmerkmale detektiert. Dieser Vorgang wird im Abschnitt 1.3 ausführlich beschrieben.

### **1.2.3 Klassifizierung von Fingerabdrücken**

Nach dem die Fingerabdruckmerkmale gewonnen wurden, erfolgt bei manchen Fingerabdruckerkennungssystemen eine Klassifizierung des Fingerabdrucks. Hierbei werden die singulären Punkte im Fingerabdruckbild gesucht und die Zugehörigkeit des Fingers zu einer der fünf Henry-Klasse festgestellt. Dies ist ein optionaler Schritt, der nicht immer ausgeführt wird, da, wie schon erwähnt, eine sichere Klassifizierung nur bei vollständig abgebildeten Fingerabdrücken möglich ist.

### **1.2.4 Vergleich von extrahierten Merkmalssätzen**

Existieren zwei Merkmalssätze, werden diese bei der Identifikation oder Verifikation miteinander verglichen. In der Fachliteratur wird dieser Vorgang oft als Matching bezeichnet. Durch Matching von zwei Fingerabdrücken wird festgestellt wie groß die

Wahrscheinlichkeit ist, dass sie von derselben Person stammen<sup>2</sup>. Die meisten Verfahren nutzen dafür Algorithmen für Vergleich zweier Graphen oder zweier Punktmen-gen. Es gibt aber noch einige andere Verfahren wie z.B. auf Hough-Transformation basierende Algorithmen.

### **1.3 Extraktion von Minuzien**

Das vom Fingerabdrucksensor generierte Bild ist in der Regel nicht für eine direkte Extraktion von Merkmalen geeignet. Das Fingerabdruckbild ist nach der Aufnahme mit dem Sensorrauschen überlagert; es enthält Bereiche, die keine Papillarlinien aufweisen; es können Störungen an der Fingeroberfläche wie z.B. Narben vorhanden sein. Darüber hinaus ist die Qualität der Abbildung von dem Fingerzustand abhängig. So resultieren extrem trockene oder feuchte Finger in einem Fingerabdruckbild mit einer sehr schwachen Linienausprägung. Abbildung 1.3 zeigt einige Fingerabdruckbilder schlechter Qualität, die die oben genannten Störmuster aufweisen.

Aufgrund einer Vielzahl von möglichen Störungsarten in einem Fingerabdruckbild ist die Extraktion von Minuzien eine sehr komplexe Bildverarbeitungsaufgabe. Sie lässt sich folgendermaßen aufteilen:

- Bildaufnahme
- Bildanalyse
- Rekonstruktion
- Merkmalsextraktion
- Merkmalsklassifizierung

In den nächsten Abschnitten werden die Komponenten der Minuzienextraktion grob skizziert. Im Kapitel 4 werden dann neue Verfahren der Bildsegmentierung und Rekonstruktion ausführlich diskutiert.

---

<sup>2</sup> Das ist der große Unterschied zu den Erkennungssystemen, die in der Kriminalistik eingesetzt werden. Bei diesen ist die absolute Anzahl von übereinstimmenden Merkmalen das Ergebnis eines Vergleiches.

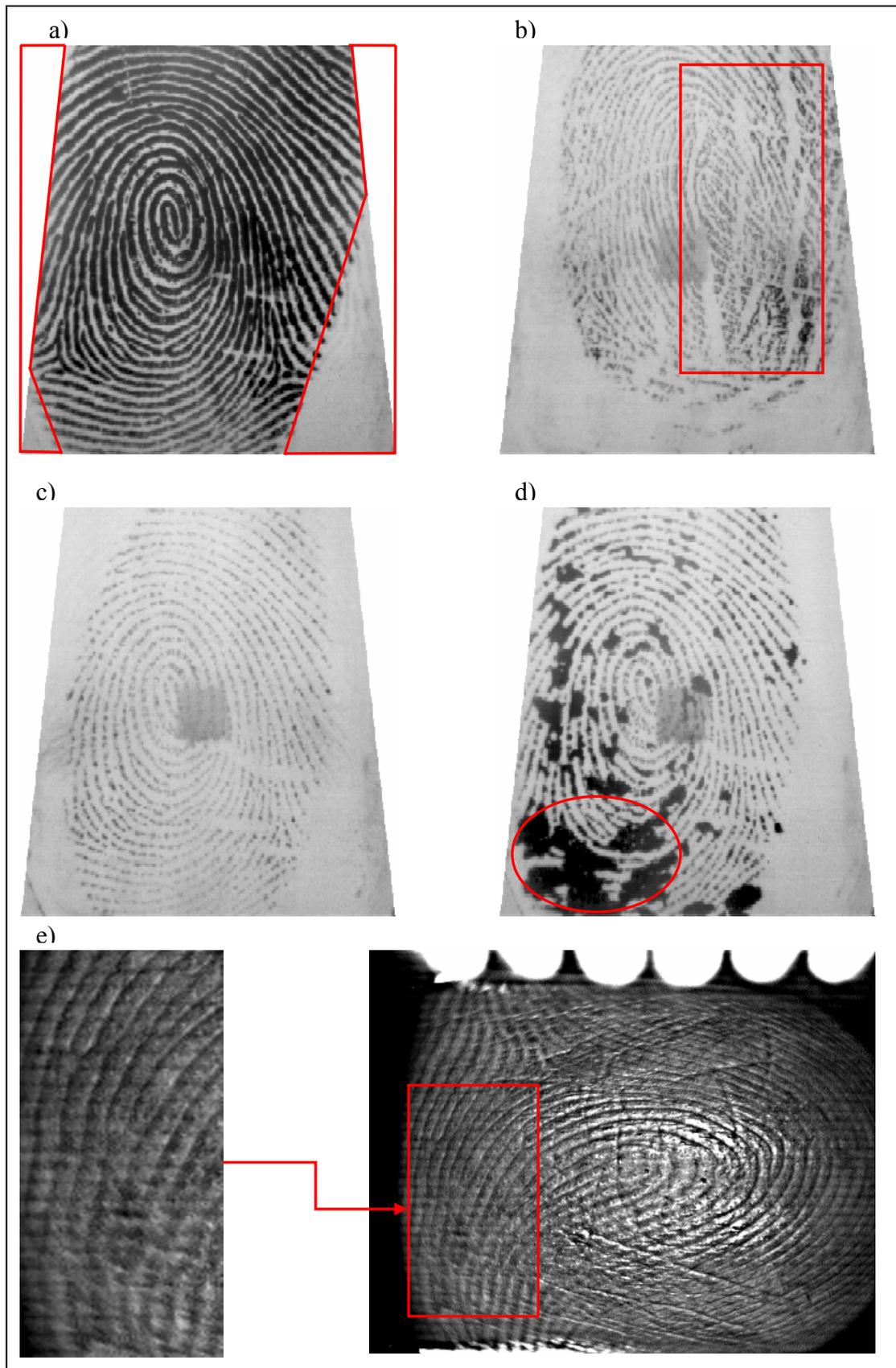


Abbildung 1.3: Verschiedene Störungsarten in Fingerabdruckbildern. a) Ein Fingerabdruckbild guter Qualität. Hintergrundbereich ist durch die rote Markierung gekennzeichnet b) Narben im markierten Bereich c) extrem trockener Finger d) im markierten Bereich extrem feuchter Finger e) Sensorspezifische linienartige Störmuster. Links vergrößerter Bildausschnitt

### 1.3.1 Segmentierung des Fingerabdruckbildes

Der erste Schritt einer Minuzienextraktion ist die Trennung des Bildhintergrunds von der tatsächlichen Abbildung des Fingers. Dies wird bei den meisten Systemen durch die Berechnung eines Varianzbildes, also einer Differenz zwischen einem gemittelten Bild und dem Original, und dessen anschließende Binarisierung mittels konstanter Schwellwertverfahren realisiert. Diese Methode funktioniert gut bei Bildern mit homogenem Hintergrund, versagt aber bei schwierigeren Fällen, wie z.B. bei einer stark verschmutzten Sensoroberfläche. Ist der Finger nicht richtig segmentiert, können nicht alle falschen Minuzien in den nächsten Verarbeitungsschritten entfernt werden. Das führt eventuell zu einem verfälschten Matching-Ergebnis. Im Abschnitt 4.1 wird ein neues Verfahren für die Hintergrundsegmentierung vorgestellt. Wir werden auch zeigen, dass die Güte dieses Verfahrens für die ganze Rekonstruktionsfilterung entscheidend ist. Abbildung 1.4 zeigt ein mit der herkömmlichen Methode segmentiertes Bild.

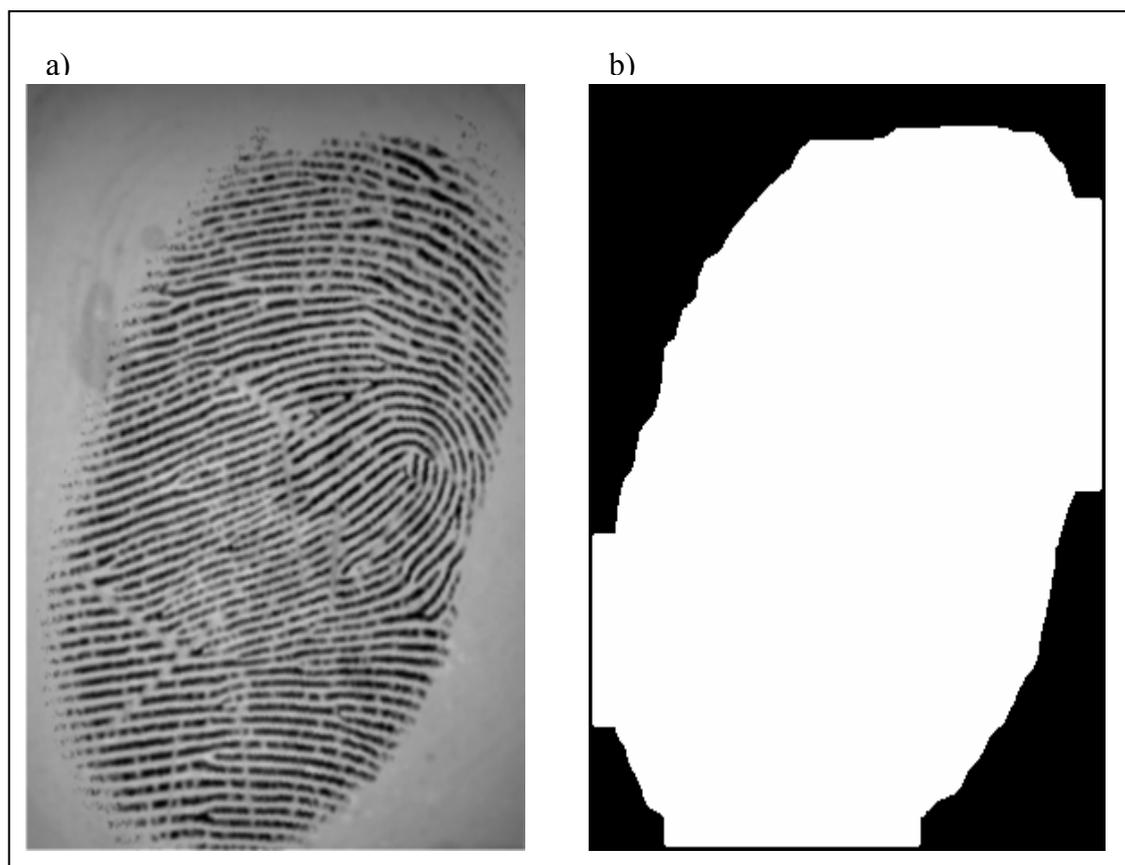


Abbildung 1.4: Segmentierung des Hintergrundes. a) Eingangsbild b) Hintergrundbild. Die Hintergrundbereiche sind in schwarz dargestellt.

### 1.3.2 Berechnung des Orientierungsfeldes

Für die nachfolgende Bearbeitung ist es wichtig, die lokale Ausrichtung der Rillensegmente im Bild zu berechnen. Diese Berechnung wird für jeden Pixel des Eingangsbildes durchgeführt, so dass das resultierende Bild den Verlauf der Papillarstruktur beschreibt, ohne dabei die Rillen zu lokalisieren. Durch die gewonnenen Informationen können die Filter, die bei den Rekonstruktionsverfahren zum Einsatz kommen, gesteuert werden. Der Algorithmus zur Berechnung des Orientierungsbildes wird im Abschnitt 2.3 ausführlich erläutert. Abbildung 1.5 zeigt Original- und Orientierungsbild in Pseudofarbdarstellung.

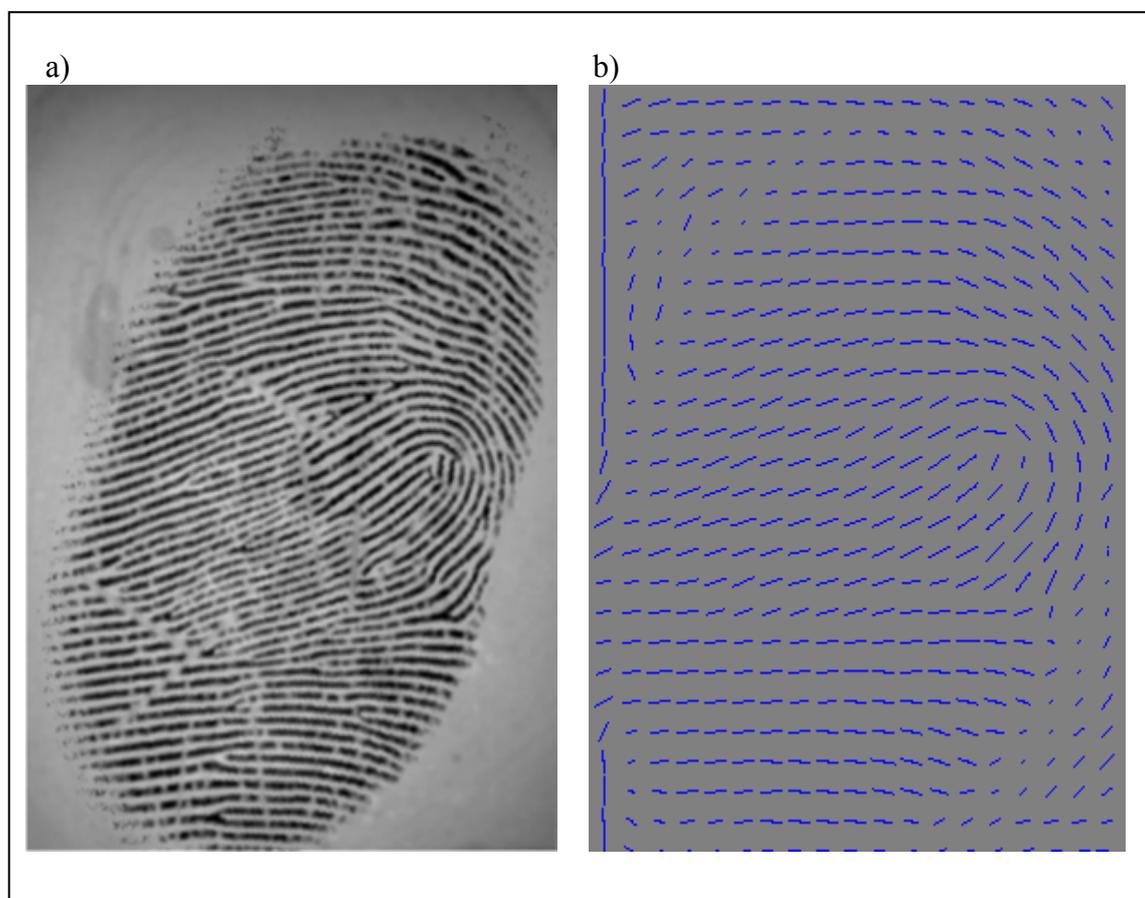


Abbildung 1.5: Orientierungsanalyse. a) Eingangsbild b) lokale Orientierung kodiert in Form eines Vektorfeldes.

### 1.3.3 Rekonstruktion des Fingerabdruckbildes

Für die Rekonstruktion oder Verbesserung von Fingerabdruckbildern werden in der Fachliteratur viele Verfahren vorgestellt. Auf einige wird im Kapitel 3 näher eingegangen. All diese Methoden haben aber gemeinsam, dass sie das Wissen über die lo-

kale Ausrichtung der Papillarlinien für die Einstellung einiger Filterparameter verwenden. Abbildung 1.6 zeigt ein durch ein solches Filter rekonstruiertes Bild. Im Kapitel 4 werden wir ein neues Verfahren für die Rekonstruktion der Fingerabdruckbilder vorstellen.

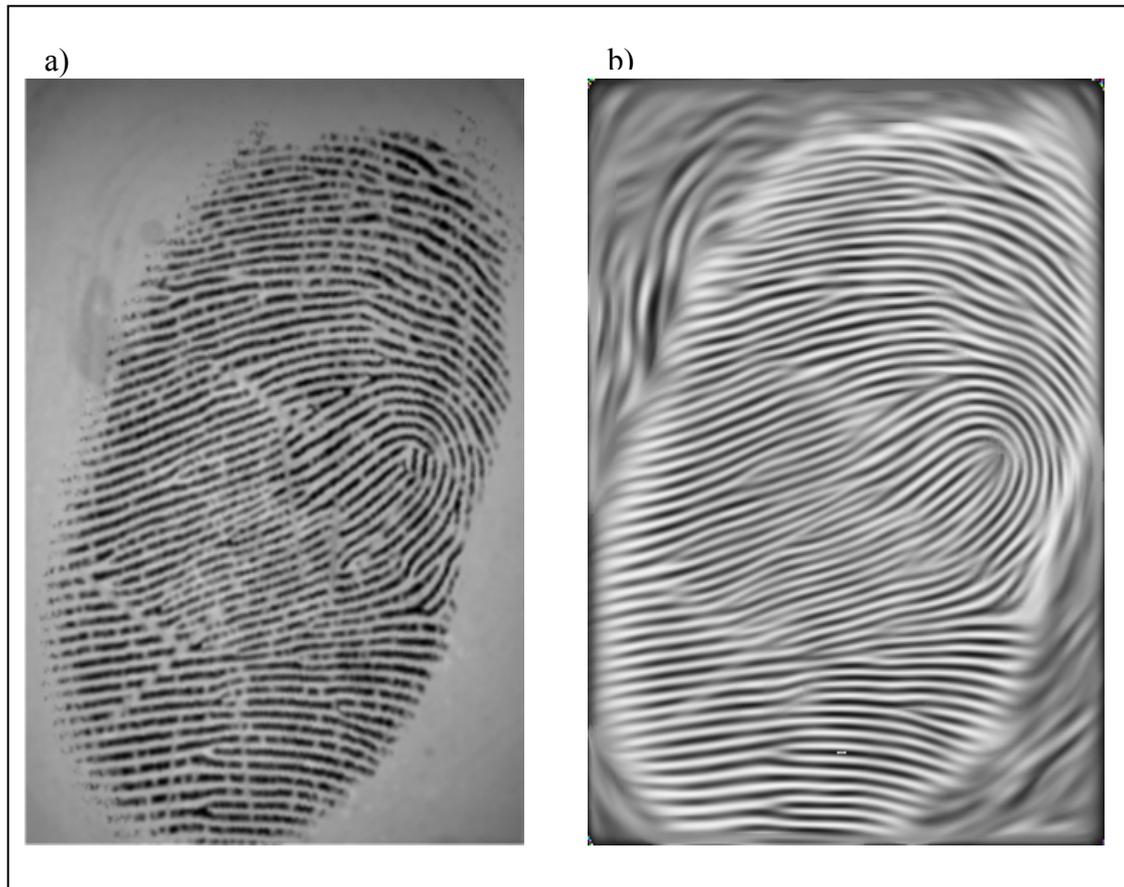


Abbildung 1.6: Rekonstruktion. a) Eingangsbild b) durch adaptive Filterung rekonstruiertes Bild.

### 1.3.4 Binarisierung des Fingerabdruckbildes

Um eine klare Zuordnung von Papillarlinien und Zwischenräumen zu ermöglichen, muss aus dem rekonstruierten Grauwertbild ein Binärbild erzeugt werden. Das hier vorgestellte Verfahren benutzt dafür ein Filter, das folgender Gleichung genügt:

$$\hat{B}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{wenn} \left[ \frac{1}{\text{card}(M)} \int_M B_s(x, y) \right] > B_s(x, y) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

wobei  $B_s(x, y)$  das geglättete Originalbild,  $\hat{B}(x, y)$  das resultierende Binärbild und  $M$  eine lokale Umgebung von  $(x, y)$  bezeichnet. Abbildung 1.7 zeigt ein auf diese Weise erzeugtes Bild.

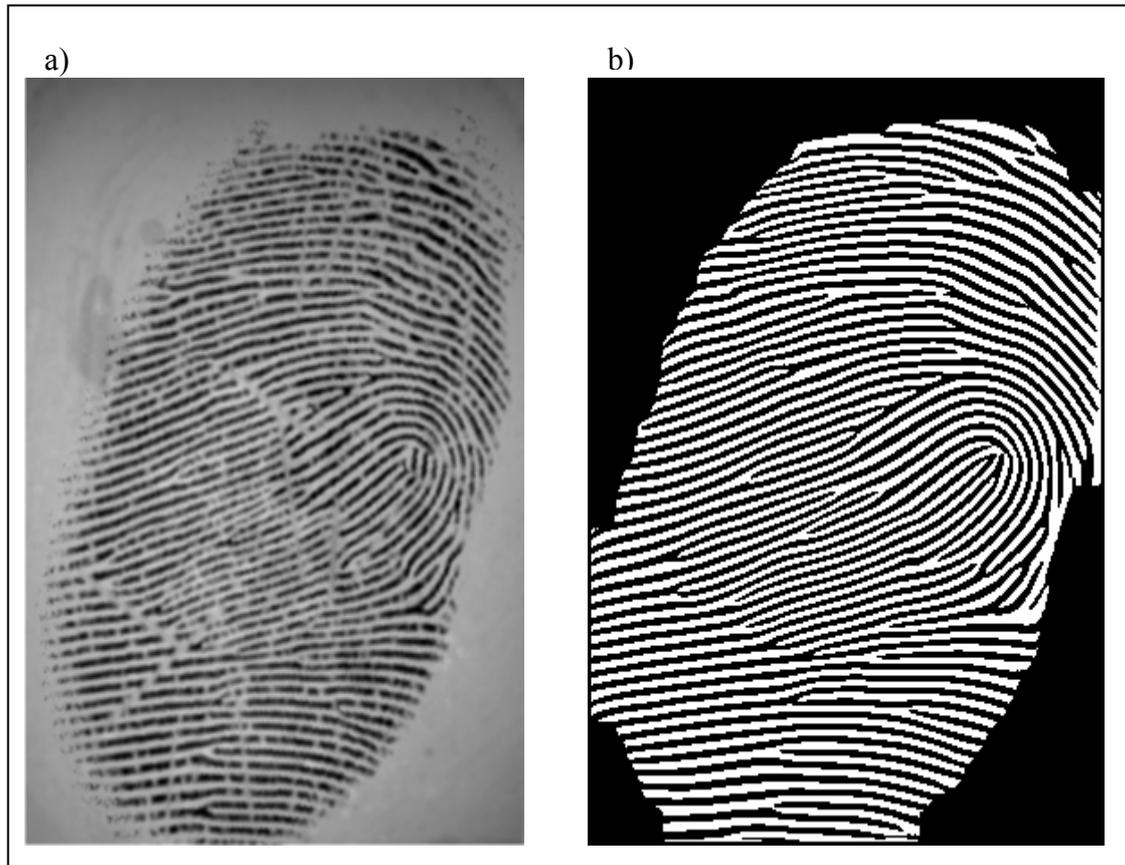


Abbildung 1.7: Binarisierung. a) Eingangsbild b) Binarisiertes Bild mit ausgeblendeten Hintergrundbereichen.

### 1.3.5 Skelettierung des Fingerabdruckbildes

Der nächste Verarbeitungsschritt ist die Vektorisierung der Papillarlinien. Um eine Vektorisierung durchführen zu können, müssen die Papillarlinien zuvor auf einen Pixel breite Linien verdünnt werden. Wir benutzen dafür einen Algorithmus, der mit Hilfe von spezifischen morphologischen Masken eine iterative Verdünnung, die nach einer Skelettformung terminiert, durchführt. Eine ausführliche Abhandlung über dieses Verfahren findet man in [Zamp95]. Anschließend wird das Skelettbild nachbearbeitet, um die eventuell vorhandenen Störmuster zu entfernen. Das Ergebnis dieses Verarbeitungsschrittes wird in Abbildung 1.8 dargestellt.

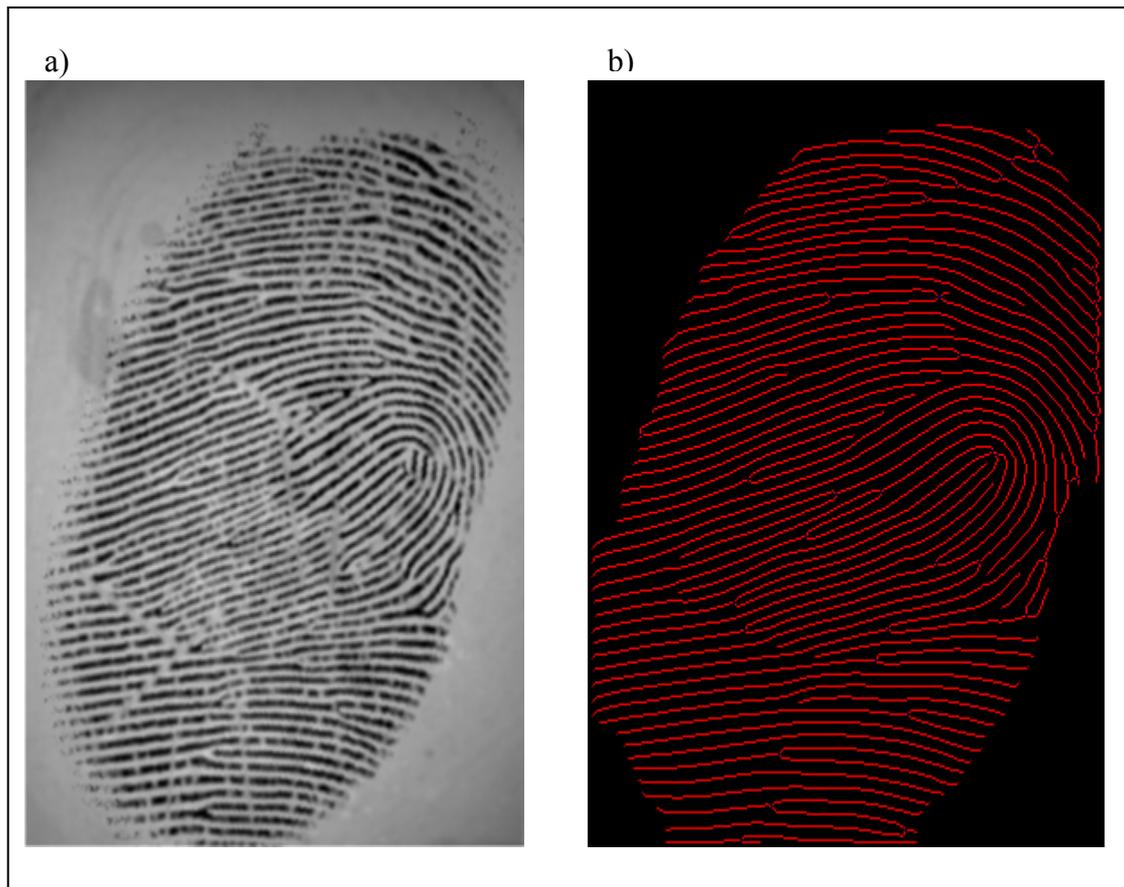


Abbildung 1.8: Skelettierung. a) Eingangsbild, b) skelettiertes Bild mit ausgeblendeten Hintergrundbereichen.

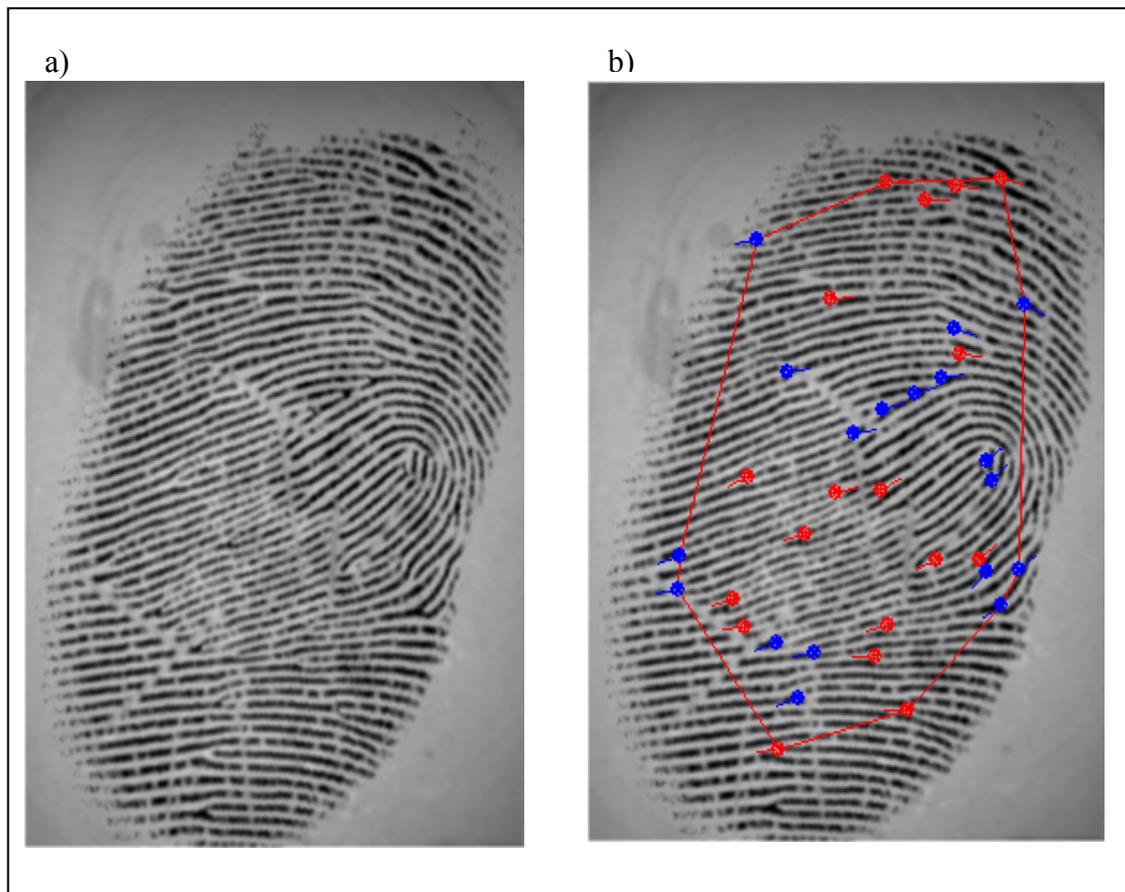
### 1.3.6 Minuzienextraktion

Die Extraktion von Minuzien wird auf dem skelettierten Bild durchgeführt. Dabei werden die Skelettlinien verfolgt und durch die Auswertung der lokalen Umgebung Punkte markiert, die folgende Nachbarschaftsrelationen erfüllen: So entsprechen die Skelettpunkte, die drei Nachbarn besitzen, den Linienverzweigungen und diejenige mit nur einem Nachbar den Endungen. Alle gefundenen Minuzien werden in einem Template, also einem speziellen Container, abgespeichert.

### 1.3.7 Filterung von falschen Minuzien

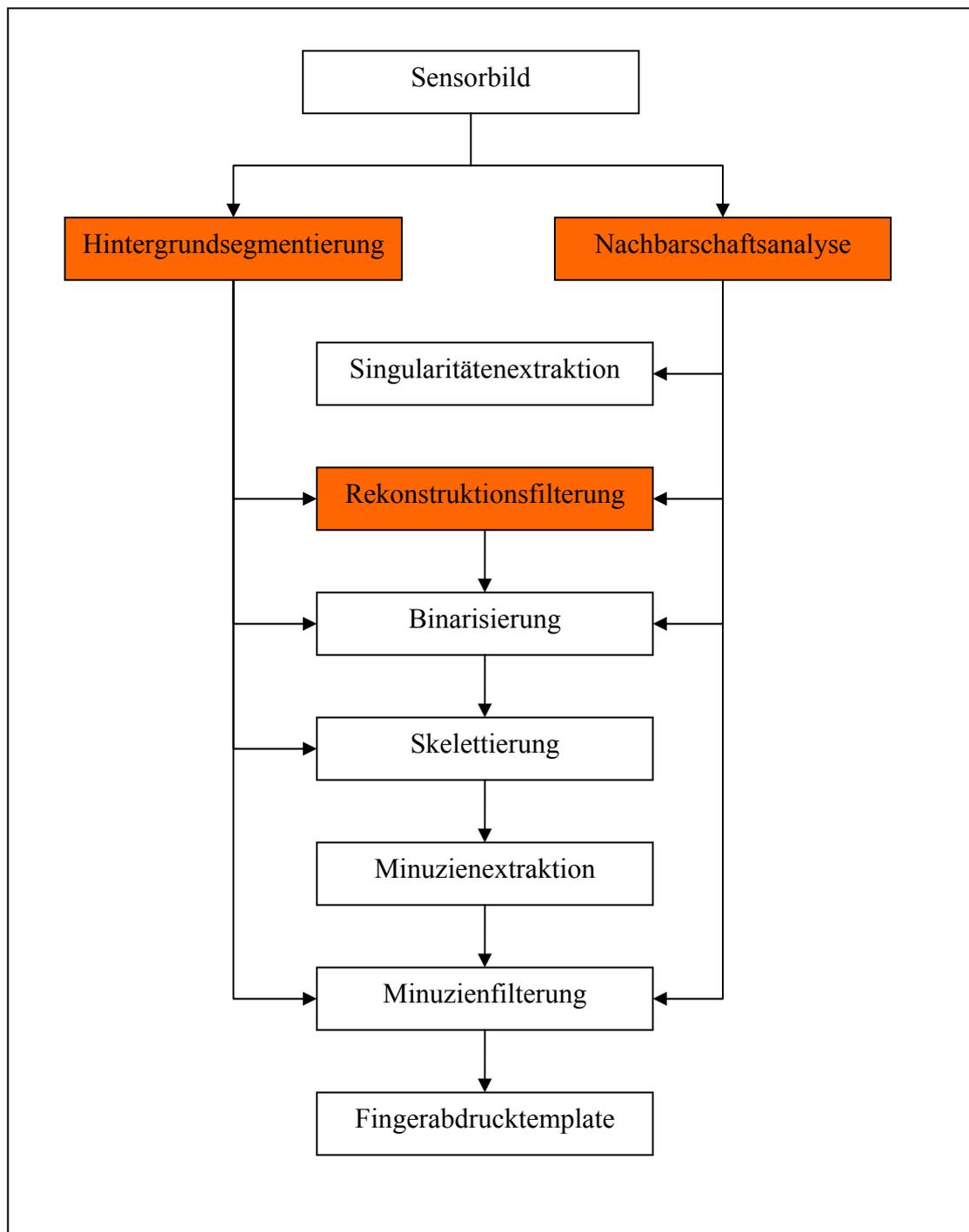
Durch die Fehler, die während der Vorverarbeitung auftreten können, entstehen oft Minuzien, die es im Ursprungsbild nicht gibt. Um das Matching dennoch korrekt durchführen zu können, müssen diese eliminiert werden. Dabei werden die extrahierten Minuzien auf eine Reihe von Kriterien wie z.B. Übereinstimmung des Minuzienwinkels mit dem Winkel der lokalen Orientierung oder der Abstand zum Bildrand ge-

prüft und diejenigen, die diese nicht erfüllen, entfernt. Die Abbildung 1.9 zeigt ein Originalbild mit extrahierten Minuzien.



**Abbildung 1.9: Minuzienextraktion. a) Eingangsbild, b) Extrahierte Minuzien. Die Endungen sind rot und die Verzweigungen blau dargestellt. Die rote Verbindungskontur markiert die konvexe Hülle der Minuzienmenge.**

Der gesamte Vorgang der Minuzienextraktion wird durch folgendes Blockdiagramm verdeutlicht:



**Abbildung 1.10: Blockdiagramm der Minuzienextraktion. Eingefärbte Prozesse werden in dieser Arbeit ausführlich behandelt.**

## 2 Grundlagen der Bildverarbeitung

In diesem Kapitel werden wir uns darauf beschränken, die Begriffe der Bildverarbeitung einzuführen, die für das Verstehen der Funktionsweise unserer Algorithmen notwendig sind. Im Abschnitt 2.1 werden wir einige Basisbegriffe der digitalen Bildverarbeitung erläutern, im Abschnitt 2.2 beschäftigen wir uns mit der Problematik der einfachen Nachbarschaften und speziell der lokalen Orientierung. Im Abschnitt 2.3 führen wir dann verschiedene Techniken der lokal adaptiven und insbesondere steuerbaren Filterung ein, die die Grundlage für unsere Algorithmen bilden.

### 2.1 Grundbegriffe

#### 2.1.1 Bildfunktion

Ein digitales Bild ist eine Abbildung von diskreten Ortskoordinaten in eine Menge von diskreten Bildwerten. Diese Abbildung wird auch Bildfunktion genannt und kann formal folgendermaßen aufgeschrieben werden:

$$B(x, y) = p \quad (2.1)$$

Das Trippele  $[x, y, B(x, y)]$  wird als Pixel bezeichnet.

#### 2.1.2 Isotropie

Als Isotropie bezeichnet man die Richtungsunabhängigkeit physikalischer Eigenschaften eines Vorganges oder eines Materials. Das Gegenteil ist Anisotropie. Im Bezug auf Bildverarbeitung werden diese Begriffe bei der Analyse von Grauwertstrukturen in einem Bild oder für die Beschreibung von Filtereigenschaften verwendet. So heißt ein Operator isotrop, wenn seine Wirkung in alle Richtungen gleich ist.

#### 2.1.3 Lokale Operatoren

Als lokalen Operator  $\psi$  bezeichnet man eine Abbildung folgender Art:

$$\psi : p \rightarrow B_p(p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \dots \quad p_n), \quad (2.2)$$

wobei  $B_p(p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_n)$  die lokale Umgebung des Pixels  $p$  im Eingangsbild beschreibt. Einfacher formuliert, ein lokaler Operator berechnet seine Antwort auf ein Eingangssignal unter Berücksichtigung seiner lokalen Umgebung. Lokale Operatoren werden in lineare und nicht lineare Operatoren eingeteilt. Lineare Operatoren haben folgende Form:

$$\hat{B}(x, y) = \int_M H(m) B(x_m, y_m), x_m, y_m \in M, \quad (2.3)$$

wobei das  $B(x, y)$  Bildfunktion ist,  $H(m)$  – Fensterfunktion oder Faltungsmaske, und  $M$  - die Nachbarschaft des Pixels an der Position  $(x, y)$  ist. Für die Berechnung eines neuen Pixelwertes werden also die Werte der Fensterfunktion mit den jeweiligen Werten des Originalbildes multipliziert und die Ergebnisse dieser Multiplikation aufaddiert. Diese Operation wird auch als Faltung bezeichnet. Durch eine gezielte Wahl der Fensterfunktion lassen sich Transformationen realisieren, die bestimmte Signalanteile hervorheben oder unterdrücken. Diese Eigenschaft macht sie für die Rekonstruktion der Fingerabdruckbilder interessant, da es sich bei Fingerabdrücken um eine ganz bestimmte Art von Signalen handelt.

In Abhängigkeit von der verwendeten Fensterfunktion unterscheidet man zwischen folgenden Arten von linearen Operatoren:

- Tiefpass

Tiefpassfilter unterdrücken hohe Frequenzen im Bild. Dies entspricht einer Glättung. Die einfachste Fensterfunktion eines Tiefpassfilters ist:

$H(m) = \text{const}$ , was einer einfachen Mittelwertbildung entspricht.

- Hochpass

Hochpassfilter unterdrücken im Gegensatz zu den Tiefpassfiltern niedrige Frequenzen. Die wichtigsten Hochpassfilter sind die Ableitungsfiler.

- Bandpass

Bei einem Bandpassfilter werden alle Frequenzen unterhalb der niedrigen Grenzfrequenz und oberhalb der oberen Grenzfrequenz herausgefiltert.

- Bandsperre

Eine Bandsperre ist die Umkehrung des Bandpasses.

Die wichtigsten nicht linearen Operatoren sind:

- Rangordnungsfiler oder Selektierungsfiler

Rangordnungsfiler haben eine besondere Eigenschaft: sie produzieren keine neuen Grauwerte. Ihre Antwort wird aus der lokalen Nachbarschaft nach bestimmten Kriterien selektiert. Zu den Rangordnungsfilern gehören z.B. alle morphologischen Filter, die wir im Abschnitt 2.6 behandeln.

- Adaptive Filter

Die Funktionsweise von adaptiven Filtern wird ausführlich im Abschnitt 2.5 behandelt.

### 2.1.4 Ableitungen der Bildfunktion

Für die Analyse von Kanten oder der lokalen Nachbarschaft spielen die Ableitungen des Bildes eine große Rolle. Da die Bildfunktion im mathematischen Sinne nicht differenzierbar ist, werden ihre partiellen Ableitungen durch diskrete Differenzen angenähert. Dabei wird  $\Delta x$  aus der Gleichung (2.2) gleich eins angenommen<sup>3</sup>. Somit ergeben sich die ersten partiellen Ableitungen der Bildfunktion  $B(x, y)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial B(x, y)}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{B(x + \Delta x, y) - B(x, y)}{\Delta x} && (2.4) \\ &\approx \frac{B(x + 1, y) - B(x, y)}{1} && \text{vorwärts} \\ &\approx \frac{B(x, y) - B(x - 1, y)}{1} && \text{rückwärts} \\ &\approx \frac{B(x + 1, y) - B(x - 1, y)}{2} && \text{symmetrisch} \end{aligned}$$

Analog lässt sich die Ableitung in y-Richtung aufschreiben.

Für die Ableitung in eine beliebige Richtung  $\alpha$  gilt dann:

<sup>3</sup> Diese Annahme ist nur bei einem quadratischen Bildraster zulässig.

$$\frac{\partial B(x, y)}{\partial \alpha} = \frac{\partial B(x, y)}{\partial x} * \cos \alpha + \frac{\partial B(x, y)}{\partial y} * \sin \alpha \quad (2.5)$$

Wir schreiben eine  $i$ -te Ableitung der Bildfunktion im Weiteren mit  $D_r^i$ , wobei  $r$  die Richtung der Differenzierung angibt. Die Gleichungen 2.11 und 2.12 lassen sich dann in Maskenschreibweise folgendermaßen darstellen:

$$D_x^1 = [-1 \ 0 \ 1] \quad (2.6)$$

$$D_y^1 = [-1 \ 0 \ 1]^T$$

In [Jäh97] wird gezeigt, dass diese Operatoren eine schlechte Näherung für die Ableitungsoperatoren darstellen, da sie relativ große Fehler im Betrag und in der Richtung des Gradienten aufweisen. Bessere Ergebnisse lassen sich erzielen, indem man die Differenzierung mit einer Glättung in die entgegengesetzte Richtung kombiniert. Ein bekannter Operator dieser Art ist der so genannte Sobel-Operator:

$$D_x^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, D_y^1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Der Sobel-Operator weist aber immer noch einen zu hohen Richtungsfehler auf. In [Sharr96] konnte der Autor zeigen, dass folgender modifizierter Sobel-Operator tatsächlich optimal ist:

$$D_x^1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 10 & 0 & -10 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}, D_y^1 = \begin{bmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -3 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Durch mehrfache Anwendung von Ableitungsoperatoren erster Ordnung können die Ableitungsoperatoren höherer Ordnungen leicht berechnet werden. Von besonderem Interesse ist dabei der Operator zweiter Ordnung:

$$D_x^2 = [1 \ -1] * [1 \ -1] = [1 \ -2 \ 1]$$

$$D_y^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Die Summe der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung heißt Laplace-Operator und hat die Form:

$$L = D_x^2 + D_y^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Der Laplace-Operator hat den Nachteil, hochfrequentes Rauschen in Bildern zu verstärken. Um diesem Problem entgegenzuwirken, kann vor der Differenzierung ein Glättungsfilter angewendet werden. Ein wichtiger Operator dieser Art ist der so genannte LoG-Operator, der Glättung und Differenzierung durch die Bildung der zweiten Ableitung der Gauß-Funktion kombiniert:

$$\Lambda_\sigma(x, y) = \frac{\partial^2 G_\sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G_\sigma}{\partial y^2} \quad (2.11)$$

mit:

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}\right)} \quad (2.12)$$

Damit folgt für die erste partielle Ableitung nach x:

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{-x}{2\pi\sigma^4} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}\right)} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial^2 x} = \frac{1}{2\pi\sigma^4} \cdot \left(\frac{x^2}{\sigma^2} - 1\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}\right)} \quad (2.14)$$

Analog gilt für die erste Ableitung nach y:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial^2 y} = \frac{1}{2\pi\sigma^4} \cdot \left( \frac{y^2}{\sigma^2} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x^2+y^2}{\sigma^2} \right)} \quad (2.15)$$

Daraus folgt für den LoG-Operator:

$$\Lambda_\sigma(x, y) = \frac{(x^2 + y^2 - 2\sigma^2)}{\sigma^6} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x^2+y^2}{\sigma^2} \right)} \quad (2.16)$$

Somit wird die Differenzierung auf einem kontinuierlichen Träger durchgeführt, was zur Verminderung von Diskretisierungsfehlern und zu besserem Isotropieverhalten führt. Das LoG-Filter kann für die Vorfilterung eines Fingerabdruckbildes verwendet werden, um jene Frequenzen herauszufiltern, die eindeutig dem Rauschen zuzuordnen sind. Diese Technik wird im Abschnitt 4.2 vorgestellt.

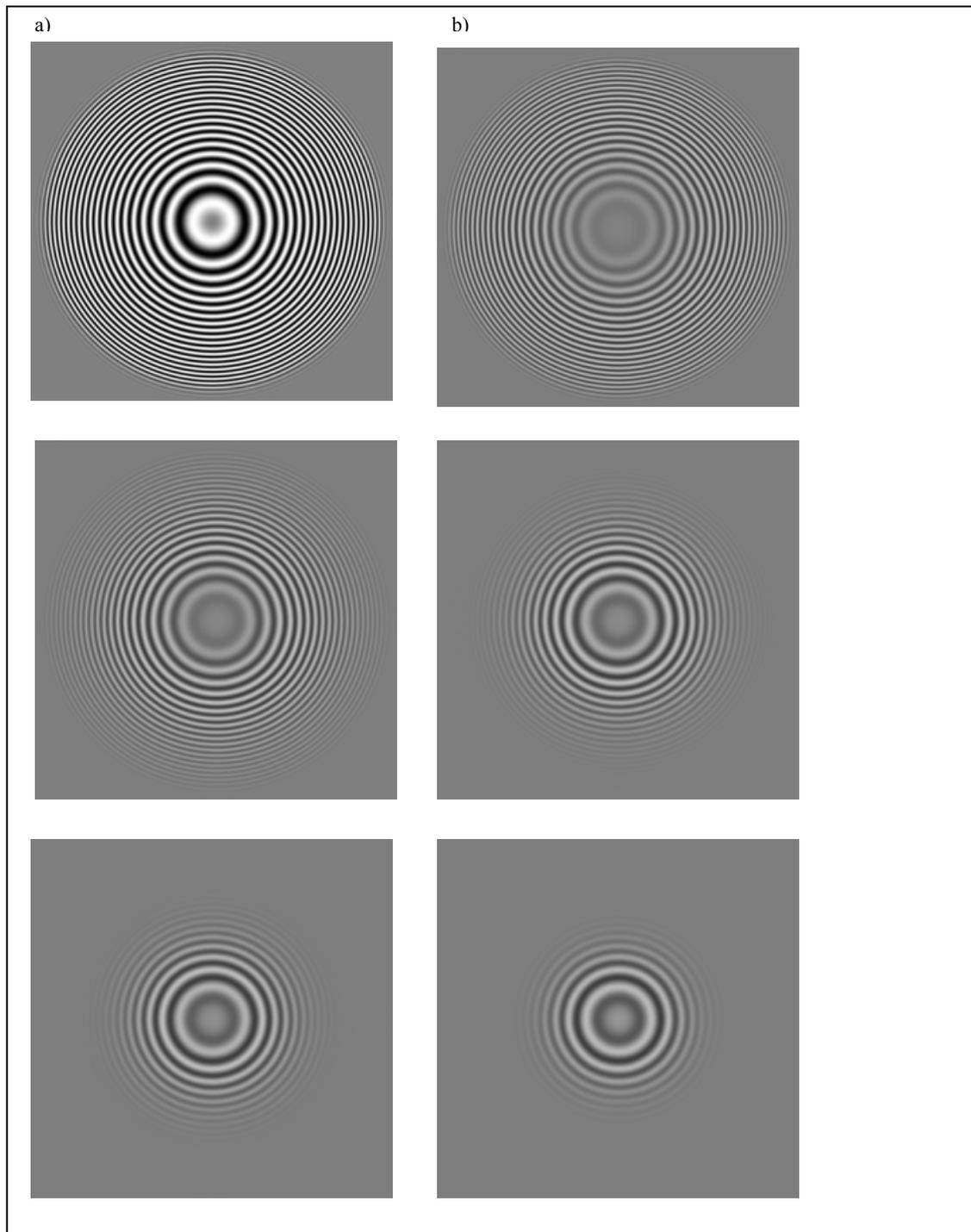


Abbildung 2.1: Bandpasszerlegung eines Ringmusters mit dem LoG-Operator.  
a) Ringmuster, b)  $\sigma = 1.0$ , c)  $\sigma = 1.5$ , d)  $\sigma = 2.0$ , e)  $\sigma = 2.5$ , f)  $\sigma = 3.0$ .

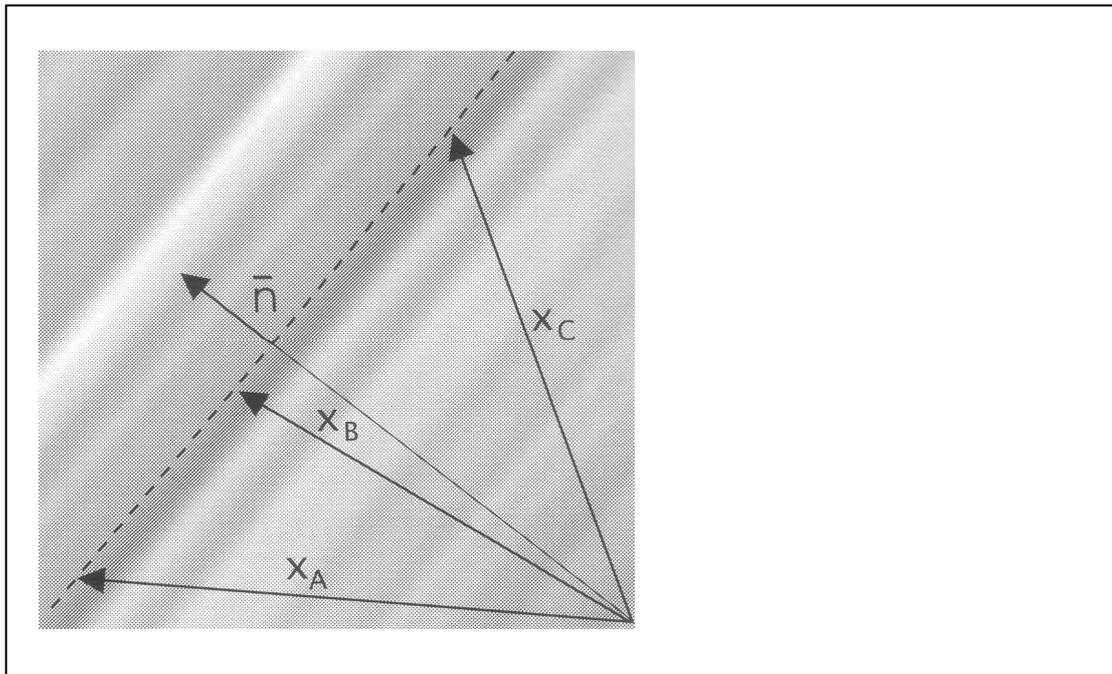
## 2.2 Einfache Nachbarschaften

Lokale Umgebungen, die allein durch ihre Orientierung beschrieben werden können, bezeichnet man als einfache Nachbarschaften. Die Grauwerte in solch einer Umgebung ändern sich also nur in eine Richtung. Drehen wir eine Koordinatenachse so,

dass sie mit der Orientierung des Richtungsvektors  $\vec{\eta}$  übereinstimmt, wird die zweidimensionale Bildfunktion auf eine eindimensionale reduziert. Mathematisch ausgedrückt führen wir dabei folgende Transformation durch:

$$B(\vec{v} \bullet \vec{\eta}) = B(x), \quad (2.17)$$

wobei mit  $\bullet$  Skalarprodukt bezeichnet wird. Diese Eigenschaft spielt eine große Rolle bei dem Filterdesign für die Fingerabdruckfilterung, da wir einen Rillenverlauf in einer wohl definierten Umgebung approximativ als eine einfache Nachbarschaft behandeln können. Abbildung 2.2 zeigt eine einfache Nachbarschaft und den zugehörigen Richtungsvektor.



**Abbildung 2.2:** Darstellung einer einfachen Nachbarschaft. Die Änderung der Grauwerte erfolgt nur in eine Richtung, nämlich in die Richtung des Vektors  $\vec{\eta}$ . Die Abbildung stammt aus [Jäh97]

### 2.3 Lokale Orientierung

Für eine korrekte Beschreibung von einfachen Nachbarschaften in Bezug auf die lokale Orientierung ist es von Bedeutung, zwischen den beiden Begriffen Richtung und Orientierung zu unterscheiden. Die Richtung eines Vektors ist im gesamten Winkelbereich, also von 0 bis  $2\pi$  definiert. So zeigt zum Beispiel der Gradientenvektor immer in die Richtung der ansteigenden Werte. Bei einem symmetrischen Objekt hat das

zur Folge, dass gegenüberliegende Seiten antiparallele Gradientenvektoren aufweisen. Unabhängig von der Betrachtung besitzt das Objekt aber die gleiche Ausrichtung. Das ist der Unterschied zwischen der lokalen Orientierung und Richtung. Folglich ist die lokale Orientierung nur auf dem Intervall von 0 bis  $\pi$  definiert. Für die Berechnung der lokalen Orientierung gibt es mehrere meist aber äquivalente Ansätze. Wir werden die so genannte Strukturtenormethode in dieser Arbeit näher betrachten, weil diese sehr effizient und robust gegenüber Störungen ist und außerdem sehr leicht implementiert werden kann. Diese Methode ist in [Jäh97] ausführlich beschrieben.

Im zweidimensionalen Raum ist der Strukturtensor  $\mathbf{J}$  gegeben durch:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{xy} & J_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Für die Komponenten des Strukturensors gilt:

$$J_{pq} = \int_{Area} \frac{\partial g(x)}{\partial x_p} \frac{\partial g(x)}{\partial x_q} d^2x \quad (2.19)$$

Die diskrete Näherung ist dann gegeben durch:

$$J_{pq} = \sum_x \sum_y D_p^1 D_q^1 \quad (2.20)$$

Nun kann aus den Eigenwerten  $(\lambda_1, \lambda_2)$  des Strukturensors die lokale Orientierung und ihre Kohärenz berechnet werden. Die Herleitung des folgenden Gleichungssystems ist ausführlich in [Jäh97] beschrieben.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{xy} & J_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems ergibt den Orientierungswinkel  $\alpha$  mit:

$$\tan 2\alpha = \frac{2J_{xy}}{J_{yy} - J_{xx}} \quad (2.22)$$

Wie wir erkennen können hat sich die erwünschte Winkelhalbierung ohne unser Zutun eingestellt.

Die Kohärenz ist gegeben durch:

$$C = \frac{(J_{yy} - J_{xx})^2 + 4J_{xy}^2}{(J_{yy} + J_{xx})^2} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (2.23)$$

und kann die Werte zwischen null bei einer isotropen Struktur und eins bei einer idealen Orientierung annehmen. Somit haben wir auch ein Maß für die Ausprägung der lokalen Orientierung.

Die Implementierung dieses Ansatzes ist sehr einfach und wird mit Hilfe weniger linearer Operatoren realisiert. Die partiellen Ableitungen in 2.19 werden durch Ableitungsfiler erster Ordnung  $D_p^1$  und  $D_q^1$  angenähert. Bei unserer Implementierung benutzen wir dafür den optimierten Sobel-Operator gemäß Gleichung (2.8). Die lokale Umgebung, für die die lokale Orientierung berechnet werden soll, wird durch einen Glättungsfilter  $\Omega$  mit einer entsprechenden Maskengröße angenähert. In unserem Fall ist das das Mittelwertfilter. Daraus ergibt sich der Strukturtenor mit:

$$J_{pq} = \Omega (D_p^1 \bullet D_q^1) \quad (2.24)$$

Mit  $\bullet$  bezeichnen wir in diesem Fall eine pixelweise Multiplikation.

Sind die Tensorkomponenten berechnet worden, ergibt sich die lokale Orientierung aus (2.21):

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{2J_{xy}}{J_{yy} - J_{xx}}\right) \quad (2.25)$$

Die Abbildung 2.3 zeigt ein Ringmuster und die mit der beschriebenen Methode ermittelte lokale Orientierung.

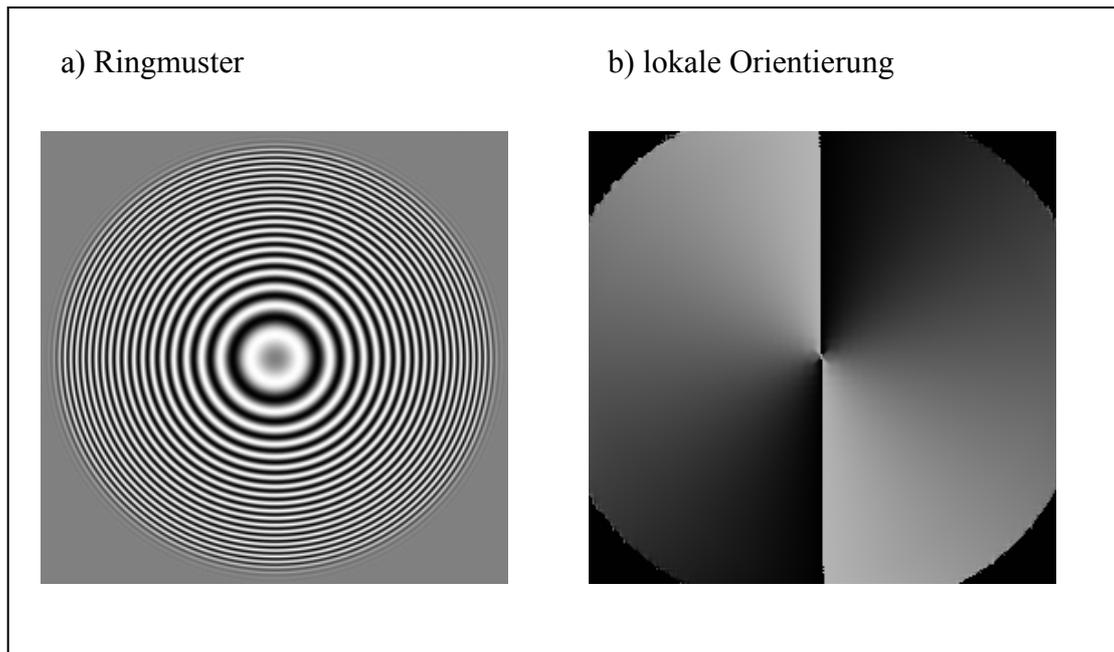


Abbildung 2.3: lokale Orientierung eines Ringmusters, berechnet gemäß 2.22

Eine weitere wichtige Eigenschaft in Bezug auf die ermittelte lokale Orientierung ist die Kohärenz. Sie ist ein Maß für die Zuverlässigkeit des berechneten Orientierungswertes und kann als ein weiterer Parameter bei dem Filterdesign verwendet werden. Die Kohärenzverteilung wird in der Abbildung 2.4 dargestellt:

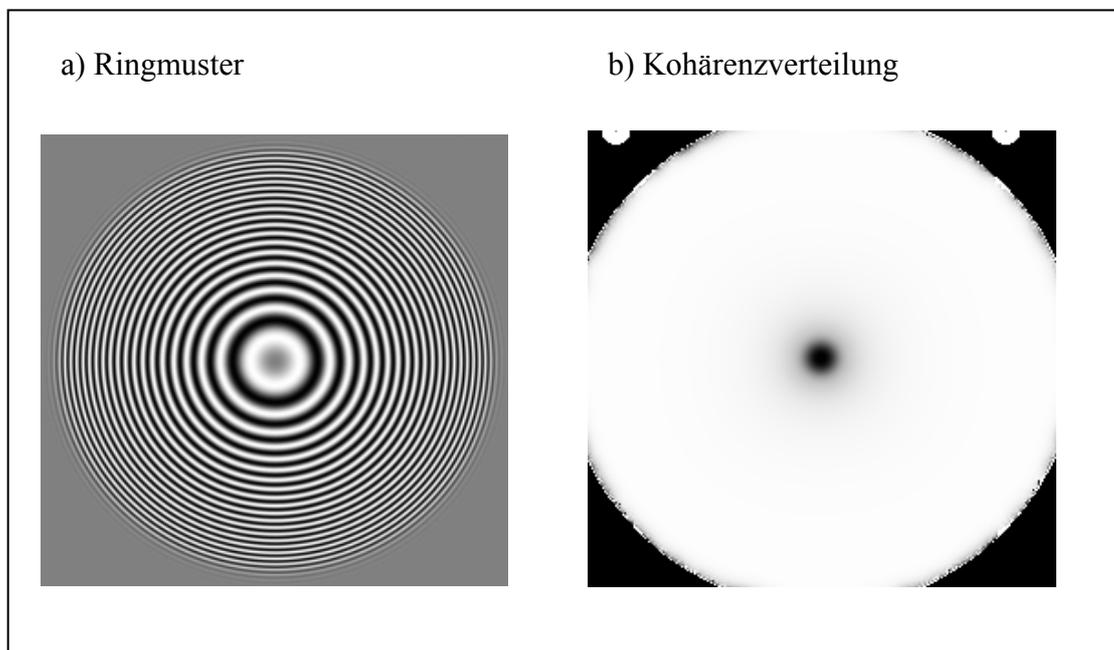


Abbildung 2.4: Kohärenzverteilung berechnet gemäß 2.23

## 2.4 Adaptive Filter

Lineare Glättungsoperatoren haben den entscheidenden Nachteil, dass sie neben dem Rauschen auch die Objektgrenzen herausfiltern, da sie grundsätzlich alle hohen Frequenzen im Bild unterdrücken. Somit gehen die wichtigen Informationen im Kantenbereich verloren, was für viele Anwendungen nicht akzeptabel ist. Die Lösung dieses Problems liegt darin, die Fensterfunktion an die gegebene lokale Umgebung anzupassen. Wir unterscheiden dabei zwischen zwei Arten von adaptiven Filtern:

- Lokal adaptive Filter

Bei der lokal adaptiven Filterung erfolgt die Analyse der lokalen Umgebung und die Berechnung der Filterantwort in einem Schritt. Das heißt, in einem Bild können im Extremfall für jeden Pixel eigene Fensterfunktionen berechnet werden. Meistens hängt die Fensterfunktion von den statistischen Eigenschaften der ausgewählten Nachbarschaft ab.

- Steuerbare Filter

Die Idee der steuerbaren Filterung verfolgt einen etwas anderen Ansatz. Aufgrund von *a priori* Wissen über den Bildinhalt wird eine Filterfamilie entworfen, die eine endliche Anzahl von Filtern beinhaltet. Jedes Filter ist so aufgebaut, dass es bei der Anwendung in einem lokalen Bereich die gewünschten Merkmale hervorhebt. Bei dem Rekonstruktionsvorgang muss dann lediglich entschieden werden, welches Filter aus der Filterfamilie angewandt wird. Diese Zuordnung basiert auf den Erkenntnissen über die lokale Nachbarschaft. Oft erfolgt die Analyse der lokalen Nachbarschaft in einem separaten Durchlauf. Dies ist auch bei unserem Rekonstruktionsverfahren der Fall. Im ersten Schritt wird die lokale Orientierung an jedem Pixel des Eingangsbildes berechnet und anschließend die Filterung mit einem steuerbaren Filter durchgeführt. Dabei wird an jedem Pixel des Originalbildes ein Filter entsprechend der zuvor berechneten lokalen Orientierung ausgewählt und angewandt. Die Filter selbst sind in diesem Fall gedrehte Kopien voneinander. Verallgemeinert lässt sich die Faltung mit einem steuerbaren Filter folgendermaßen aufschreiben:

$$\hat{B}(x, y) = \iint_{u, v} B(u, v) * \mathfrak{F}_{i_{x,y}}(u-x, v-y) dv du, \quad (2.26)$$

wobei  $u, v$  die lokale Umgebung des Pixels  $(x, y)$  definieren,  $\mathfrak{F}$  eine gegebene Filterfamilie und  $\hat{i}_{x,y}$  Entscheidungs- oder Selektierungsfunktion ist. Über die Entscheidungsfunktion  $\hat{i}_{x,y}$  wird also ein  $i$ -tes Filter aus der Filterfamilie ausgewählt.

## 2.5 Morphologische Filter

Im Gegensatz zu den linearen Filtern führen morphologische Transformationen eine Abbildung der Nachbarschaft, in der sie angewendet werden, auf sich selbst durch. Diese Nachbarschaft wird im Allgemeinen als strukturierendes Element (SE) bezeichnet. Die morphologischen Basistransformationen sind Erosion und Dilatation. Der Erosionsoperator selektiert dabei das Minimum und der Dilatationsoperator das Maximum in der durch ein SE definierten Nachbarschaft  $\chi$  :

$$E_{B(x,y)}^{\chi} = \min(B(x + \chi, y + \chi)) \quad (2.27)$$

$$\Phi_{B(x,y)}^{\chi} = \max(B(x + \chi, y + \chi)) \quad (2.28)$$

Bei der Erosion verschwinden alle hellen und durch Dilatation alle dunklen Bildstrukturen, die vollständig in das SE hineinpassen. Alle anderen Strukturen schrumpfen ebenfalls. Diese Eigenschaft macht sie zu den schlechten Filtern, da wir von einem Filter erwarten, dass nur bestimmte Bildstrukturen unterdrückt werden. Dieses Problem lässt sich durch abwechselnde Anwendung von Erosion und Dilatation mit jeweils identischem SE lösen. Dies führt uns zur Definition von morphologischen Basisfiltern: Öffnung und Schließung.

Eine Öffnung mit  $\chi$  ist gegeben durch:

$$O_{B(x,y)}^{\chi} = \Phi_{B(x,y)}^{\chi} \left( E_{B(x,y)}^{\chi} \right) \quad (2.29)$$

Und eine Schließung:

$$\Gamma_{B(x,y)}^{\chi} = E_{B(x,y)}^{\chi} \left( \Phi_{B(x,y)}^{\chi} \right) \quad (2.30)$$

Grundsätzlich muss ein morphologisches Filter folgende Anforderungen erfüllen [Soille98]:

- Ein morphologisches Filter ist idempotent. Das heißt, eine wiederholte Anwendung von demselben Filter verändert das Ergebnisbild nicht. Somit gilt für eine idempotente Transformation  $\Psi$  :

$$\Psi\Psi = \Psi \quad (2.31)$$

- Ein morphologisches Filter muss die Erhaltung der Ordnungsbeziehungen zwischen zwei Bildern gewährleisten. Für zwei Bilder  $B_1$  und  $B_2$  muss dann folgende Relation gelten:

$$\forall B_1, B_2, B_1 \leq B_2 \Rightarrow \Psi(B_1) \leq \Psi(B_2) \quad (2.32)$$

Durch eine gezielte Wahl des strukturierten Elementes und Kombination von den Basisfiltern lassen sich komplexere Algorithmen entwickeln, die bestimmte Bildmerkmale unterdrücken. Im Kapitel 4 werden wir zeigen, wie morphologische Filter für die Hintergrundsegmentierung in den Fingerabdruckbildern eingesetzt werden können.

### 3 Techniken der Fingerabdruckrekonstruktion

Die in der Fachliteratur beschriebenen Techniken der Fingerabdruckrekonstruktion lassen sich in zwei Komponenten aufteilen:

- **Berechnung der lokalen Bildparameter.** Dies ist die erste Stufe eines Rekonstruktionsverfahrens. Folgende lokale Eigenschaften können dabei ermittelt werden: Orientierung, Rillendistanz, Krümmungsgrad, Bildqualität, lokale Varianz. Diese Berechnungen werden entweder in der lokalen Nachbarschaft jedes Bildpixels oder regionenweise durchgeführt.
- **Rekonstruktionsfilterung.** Anhand der zuvor berechneten Parameter werden steuerbare Filter entworfen, die das Bildrauschen entfernen und eventuell zerstörte Rillenstrukturen wiederherstellen. Diese Filter werden dann auf jedes Pixel des Eingangsbildes angewendet.

In früheren Arbeiten zur Rekonstruktionsfilterung wie z.B. von [Stock69] reduziert sich der analytische Teil des Verfahrens auf die Berechnung der lokalen Orientierung. Dafür wird das Bild in kleinere Regionen fester Größe eingeteilt. Für jeden Block wird dann die Rillenorientierung geschätzt. Dies geschieht durch Schätzung der lokalen Varianz, die entlang von Liniensegmenten mit vorgegebener Richtung berechnet wird. Aus der maximalen Varianz folgt dann die optimale Orientierung.

Diese Technik ist nicht besonders robust gegenüber Störungen und liefert außerdem keine zuverlässige Aussage über die Qualität der ermittelten Orientierung. In [Jain et al., 97] wird stattdessen eine Methode beschrieben, die zu der in dieser Arbeit beschriebenen Strukturtenormethode äquivalent ist, mit dem einzigen Unterschied, dass die Größe der Nachbarschaft, in der die lokale Orientierung geschätzt werden soll, dynamisch berechnet wird. Eine andere Methode wird in [Maio97] vorgeschlagen, bei der ein gradientenbasierter  $2 \times 2$ -Operator pixelweise die lokale Orientierung berechnet, die danach mit einer großen Faltungsmaske gemittelt und mit der Methode der kleinsten Quadrate optimiert wird. Für die Berechnung der Rillenfrequenz wird in [Erol et al., 99] eine Methode vorgeschlagen, bei der die

Bildprojektion entlang einer Linie, die senkrecht zu der lokalen Orientierung ausgerichtet ist, ausgewertet wird. Dabei werden die Abstände zwischen lokalen Extrema ermittelt. Durch den maximalen Abstand erhält man dann die lokale Rillenfrequenz.

Ausgehend von den in der Analysephase gewonnenen lokalen Parametern lassen sich die Rekonstruktionsfilter konstruieren. Grundsätzlich wird dabei zwischen der Filterung im Orts- und Frequenzraum unterschieden. In [Sher et al., 94] wird eine Methode vorgeschlagen, bei der das Bild im Frequenzbereich mit gerichteten Bandpässen gefiltert wird. Dafür wird das Eingangsbild in sich überlappende 32x32-Blöcke eingeteilt. Diese werden dann in den Fourier-Raum transformiert, gefiltert und zurück transformiert. Durch die Überlappung von Bildblöcken werden Randeffekte vermieden. In [Ratha et al., 95] wird eine ganz andere Technik eingeführt, die auf Bestimmung von lokalen Maxima entlang der Gradientenrichtung basiert. Dieses Verfahren wird dann in [Maio97] für eine direkte Minuzienextraktion in den Grauwertbildern erweitert. In [Jain et al., 97] benutzen die Autoren für die Filterung einen Satz von acht Gaborfiltern, die entsprechend der lokalen Orientierung angewendet werden. Der Ansatz der Verwendung von Gaborfiltern zur Rekonstruktionsfilterung wird in weiteren Arbeiten erweitert. So wird in [Erol et al., 99] das Filterdesign von gerichteten Bandpassfiltern diskutiert, die nicht nur durch die lokale Orientierung, sondern auch durch lokale Kohärenz und Rillenfrequenz gesteuert werden. Ein anderer interessanter Ansatz ist die Segmentierung des Fingerabdruckbildes durch die zweiten partiellen Ableitungen der Bildfunktion. Dabei wird die Zugehörigkeit des Pixels durch die Auswertung des Vorzeichens der gefalteten Bildfunktion festgestellt. Eine ausführliche Abhandlung über diese Methode findet man in [Tico et al., 2002].

Alle angesprochenen Verfahren liefern stabile Ergebnisse, wenn die Analyse der lokalen Nachbarschaft korrekt ist. Ist das jedoch nicht der Fall, werden die entsprechenden Bildbereiche ausgeblendet oder falsch gefiltert. Dies kann zur Entstehung falscher Minuzien führen. Je nach verwendetem Matching-Verfahren kann dies unterschiedliche Folgen haben, führt aber in der Regel zu einem nicht korrekten Matching-Ergebnis.

## 4 Rekonstruktion

Aus unserer Sicht hat die Rekonstruktion von Fingerabdruckbildern zwei wesentliche Aufgaben. Zum einen müssen gestörte Bildbereiche möglichst genau und komplett wiederhergestellt werden. Dadurch wird sichergestellt, dass möglichst alle existierenden Minuzien, auch jene in den qualitativ schlechten Bildregionen, extrahiert werden. Zum anderen müssen Bildregionen markiert werden, in denen die Rekonstruktion fehlschlägt. So können Bildbereiche ausgeblendet werden, die keine zuverlässigen Bildinformationen nach der Rekonstruktion enthalten. Dabei muss zwischen Hintergrund- und den nicht rekonstruierbaren Fingerabdruckbereichen unterschieden werden. Diese Unterscheidung ist jedoch nicht zeitgleich möglich, da wir die Ergebnisse der Rekonstruktionsfilterung nicht vorausschauen können. Wir brauchen also ein Verfahren, welches die Abbildung des Fingerabdrucks im Bild vor der eigentlichen Rekonstruktion genau lokalisieren kann. Herkömmliche Methoden, die lediglich einfache statistische Messungen in der lokalen Nachbarschaft durchführen, sind dabei nicht ausreichend, weil sie das Modell eines Fingerabdruckes nicht berücksichtigen und daher verfälschte Ergebnisse liefern. Im Abschnitt 4.2 werden wir ein neues Verfahren für eine genaue Fingerabdrucksegmentierung vorstellen.

Ist das Fingerabdruckbild segmentiert, erfolgt die Rekonstruktionsfilterung. Sie hat neben der Beseitigung von Störmustern und der Korrektur von verfälschten Papillarstrukturen auch die Aufgabe, die von ihr erzielten Ergebnisse zu überwachen, so dass am Ende der Verarbeitung eine Bewertung des gesamten Vorganges stattfinden kann. Dieses neue Verfahren wird im Abschnitt 4.3 erläutert.

Um den gesamten Vorgang steuern zu können, wird das Originalbild einer Analyse unterzogen, die die Eigenschaften des vorliegenden Rillenmodells extrahiert. Dieser analytische Teil wird im Abschnitt 4.1 erläutert.

Folgendes Blockdiagramm zeigt den Gesamtprozess:

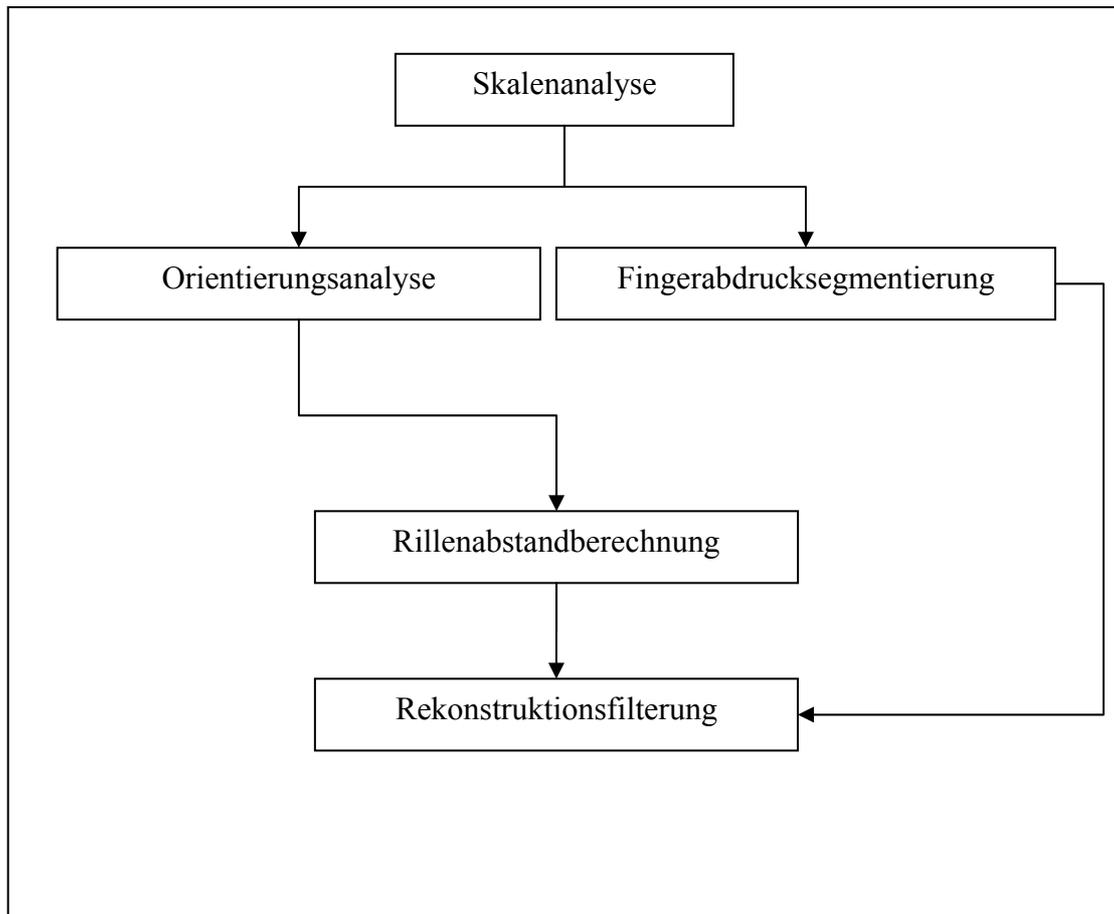


Abbildung 4.1: Verarbeitungsschritte der Fingerabdruckrekonstruktion.

#### 4.1 Analyse des Rillenmodells

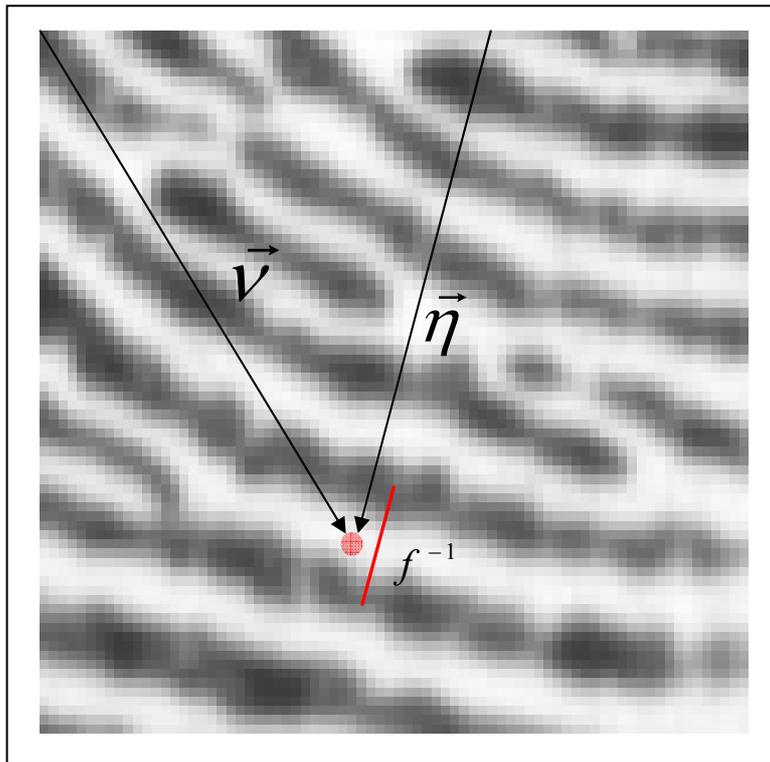
Die Struktur der Papillarlinien in einem Fingerabdruckbild lässt sich durch folgende Komponenten beschreiben:

- Lokale Orientierung ( $\vec{\eta}$ ).
- Rillenfrequenz ( $f$ ) oder der Abstand zwischen zwei benachbarten parallel verlaufenden Rillen ( $f^{-1}$ ).
- Lokale Extrema

Ausgehend von diesen Eigenschaften lässt sich ein einfaches ideales Rillenmodell aufstellen:

$$R(\vec{v}) = \cos(2\pi f \vec{v} \cdot \vec{\eta}) + \varepsilon_{\vec{v}} \quad (4.1)$$

$\varepsilon_{\vec{v}}$  bezeichnet dabei das additive Sensorrauschen und  $\vec{v}$  den Koordinatenvektor des Eingangsbildes. Mit  $\cdot$  wird das Skalarprodukt bezeichnet.



**Abbildung 4.2: Darstellung der lokalen Rilleneigenschaften.**

Die Näherung des echten Rillenmodells durch eine einfache periodische Funktion ist zwar sehr großzügig, weil hier z.B. die stark isotropen Bereiche wie Kerne oder Regionen mit mehreren Orientierungen wie Delten oder Verzweigungen nicht berücksichtigt werden, aber für unsere weiteren Überlegungen völlig ausreichend.

Für das Design steuerbarer Filter ist es notwendig, die Rillenstruktur an jedem Pixel des Eingangsbildes zu beschreiben. Die lokale Orientierung  $\vec{\eta}$  lässt sich dabei mit Hilfe der im Abschnitt 2.3 eingeführten Strukturtensormethode ermitteln. Für die Ermittlung der lokalen Rillenfrequenz  $f$  schlagen wir im folgenden Abschnitt eine neue Methode vor.

### 4.1.1 Berechnung der Rillenfrequenz mit Hilfe von Gaborfiltern

Die Extraktion spezieller Signalanteile oder Frequenzen erfolgt in der Signalverarbeitung durch Bandpassfilter. Da ein solches Filter nur ausgewählte Frequenzen durchlässt, kann davon ausgegangen werden, dass die Antwort auf eine mit dem Durchlassbereich des Filters übereinstimmende Struktur maximal ist. Ausgehend vom Rillenmodell sind für uns nur jene Signalanteile interessant, die orthogonal zu der Rillenrichtung sind. Diese zusätzliche Einschränkung führt zu gerichteten Bandpassfiltern. Ein bekanntes Filter dieser Art ist das so genannte Gaborfilter. Es ist im Ortsraum folgendermaßen definiert:

$$G(x, y, f) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} \cdot \cos(2\pi f x), \quad (4.2)$$

wobei  $\sigma_x^2$  und  $\sigma_y^2$  die Ausdehnungsparameter der Gauß'schen Glocke in x- und y-Richtung sind und  $f$  die zu extrahierende Frequenz ist. Durch Rotation des Koordinatensystems erhalten wir Gaborfilter für einen vorgegebenen Winkel  $\alpha$ :

$$G(x, y, f, \alpha) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_\alpha^2}{\sigma_{x_\alpha}^2} + \frac{y_\alpha^2}{\sigma_{y_\alpha}^2}\right)} \cdot \cos(2\pi f x_\alpha) \quad (4.3)$$

Mit:

$$x_\alpha = y \cdot \cos(\alpha) - x \cdot \sin(\alpha) \text{ und } y_\alpha = x \cdot \cos(\alpha) + y \cdot \sin(\alpha)$$

Abbildung 4.3 zeigt ein Satz von sechs unterschiedlich ausgerichteten Gaborfiltern mit  $f = 0.1$  und  $\sigma_{x_\alpha}^2 = \sigma_{y_\alpha}^2 = 64$ .

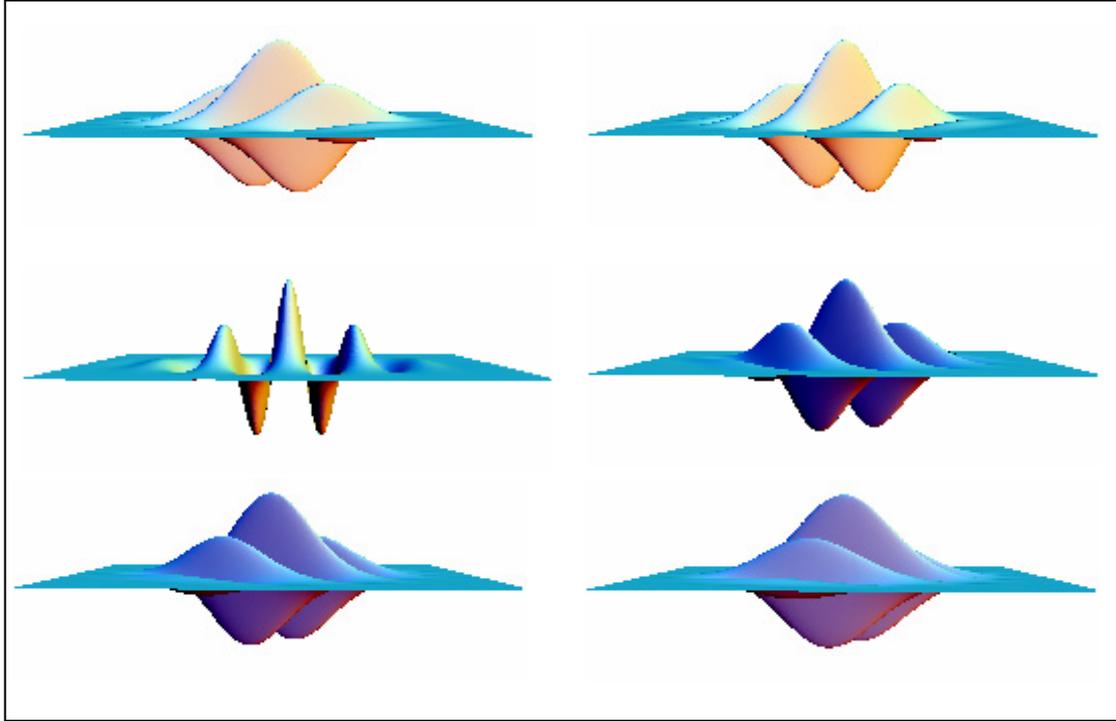


Abbildung 4.3: Sechs Gaborfilter mit einer Orientierung von  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$  und  $150^\circ$ .

Interessant ist, dass der Cosinusterm aus Gleichung (4.2) genau mit unserem Rillenmodell übereinstimmt. Aufgrund dieser Tatsache können wir davon ausgehen, dass die Antwort eines an die lokale Orientierung angepassten Gaborfilters, dessen Frequenz mit der lokalen Rillenfrequenz an einem gegebenen Bildpunkt übereinstimmt, maximal ist. Diese Eigenschaft können wir zur Bestimmung der lokalen Rillenfrequenz ausnutzen. Wir definieren eine Familie von Gaborfiltern  $\mathfrak{S}^G$ , die als Entscheidungsfunktion das zuvor berechnete Orientierungsbild benutzt und maximieren den folgenden Ausdruck:

$$B * \mathfrak{S}_{i_{x,y}}^G \rightarrow \text{Maximum}, f \in [f_{\min}, f_{\max}] \quad (4.4)$$

Dabei wird mit  $*$  eine Faltungsoperation mit dem  $i$ -ten Filter aus der Familie  $\mathfrak{S}_G$  bezeichnet;  $f_{\min}$  und  $f_{\max}$  ist die minimale bzw. maximale Rillenfrequenz in einem Fingerabdruckbild. Das mit dem ermittelten Maximum korrespondierende  $f$  ist dann die gesuchte lokale Rillenfrequenz. Da wir von einer homogenen Verteilung der Rillenfrequenz in einem Fingerabdruckbild ausgehen können, lässt sich die Gleichung (4.4) folgendermaßen modifizieren:

$$\Omega(B * \mathfrak{F}_{i_x, y}^G) \rightarrow \text{Maximum}, \quad (4.5)$$

wobei  $\Omega$  einen Glättungsoperator bezeichnet, durch dessen Anwendung eine höhere Konsistenz der ermittelten Werte erreicht wird. Abbildung 4.4 zeigt die Anwendung der vorgestellten Methode auf ein Ringmuster und Abbildung 4.5 auf ein Fingerabdruckbild. Die ermittelte Rillenfrequenz wird in Pixeln berechnet und ist in Pseudofarbdarstellung angegeben.

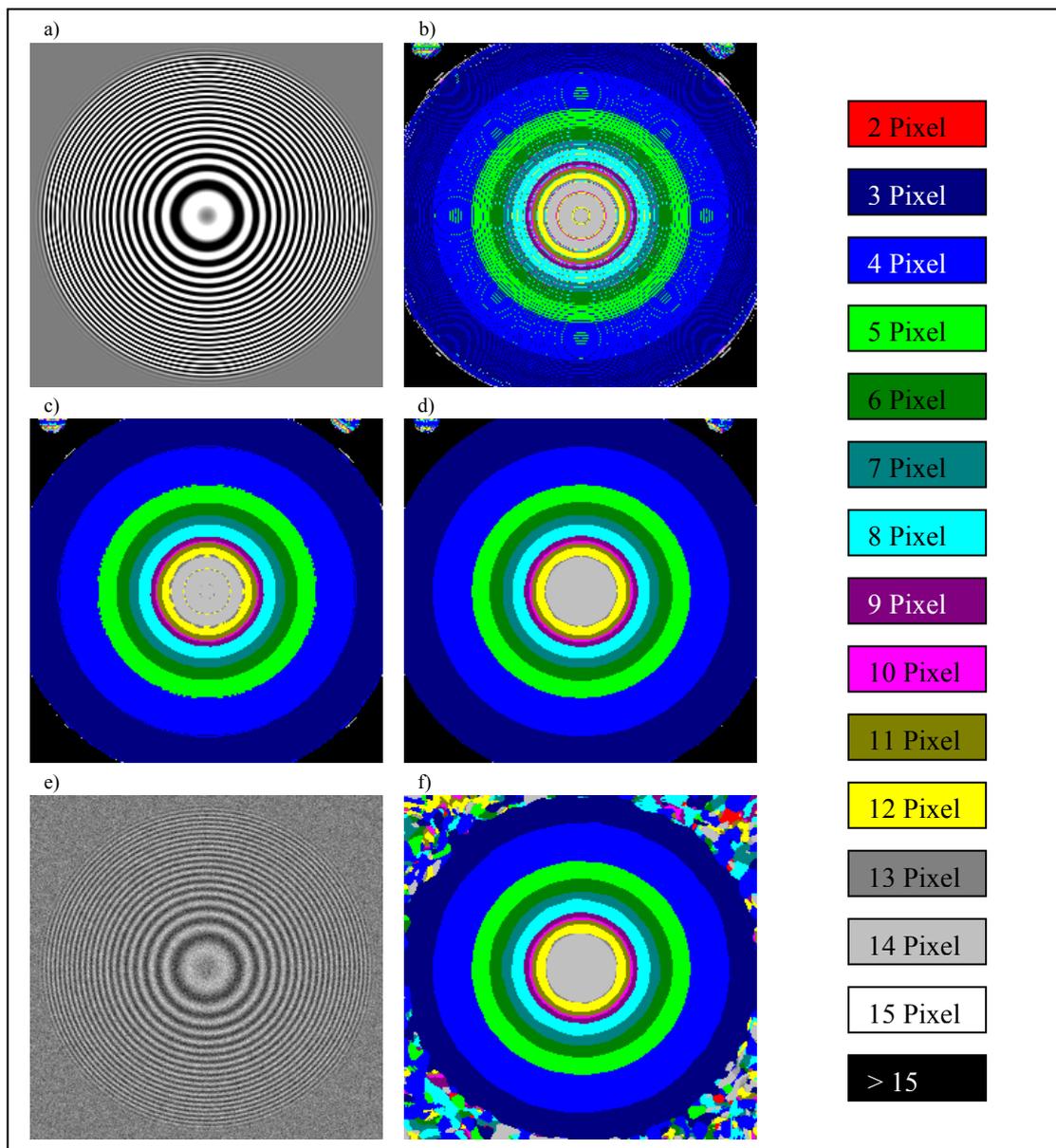


Abbildung 4.4: Berechnung der lokalen Frequenz eines Ringmusters. a) Ringmuster, b) lokale Frequenz ohne Glättungsoperator, c) und d) lokale Frequenz mit einem Mittelwertfilter mit einer 3x3 und 5x5 Maske, e) ein verrauschtes Ringmuster f) lokale Frequenz mit einem 5x5 Mittelwertfilter.

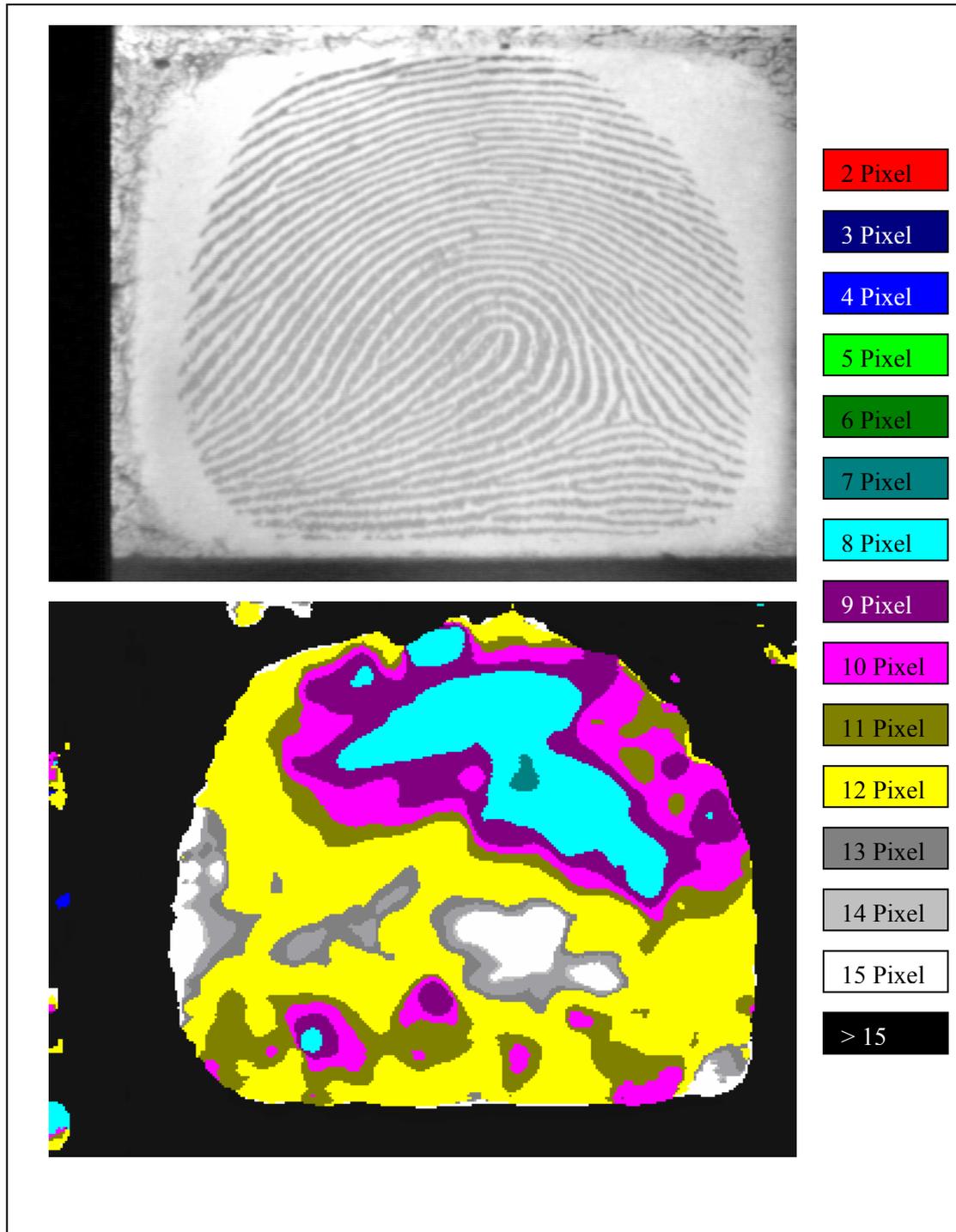


Abbildung 4.5: Verteilung der lokalen Rillenfrequenz in einem Fingerabdruckbild

Die vorgestellte Methode zeigt zwar eine hohe Robustheit gegenüber dem additiven Rauschen  $\varepsilon_v$ , da dieses durch die Gaußkomponente des Gaborfilters sehr gut unterdrückt wird, sie hat aber den entscheidenden Nachteil, dass sie keine korrekten Ergebnisse liefert, wenn das entsprechende Orientierungsbild fehlerhaft ist. Das hängt

damit zusammen, dass die Antworten falsch ausgerichteter Gaborfilter auf die lokale Grauwertstruktur zufällig sind.

Nun ist die Analyse unseres Rillenmodells vollständig. Zusammenfassend ergeben sich folgende Komponenten, die für das Design von adaptiven Filtern eingesetzt werden:

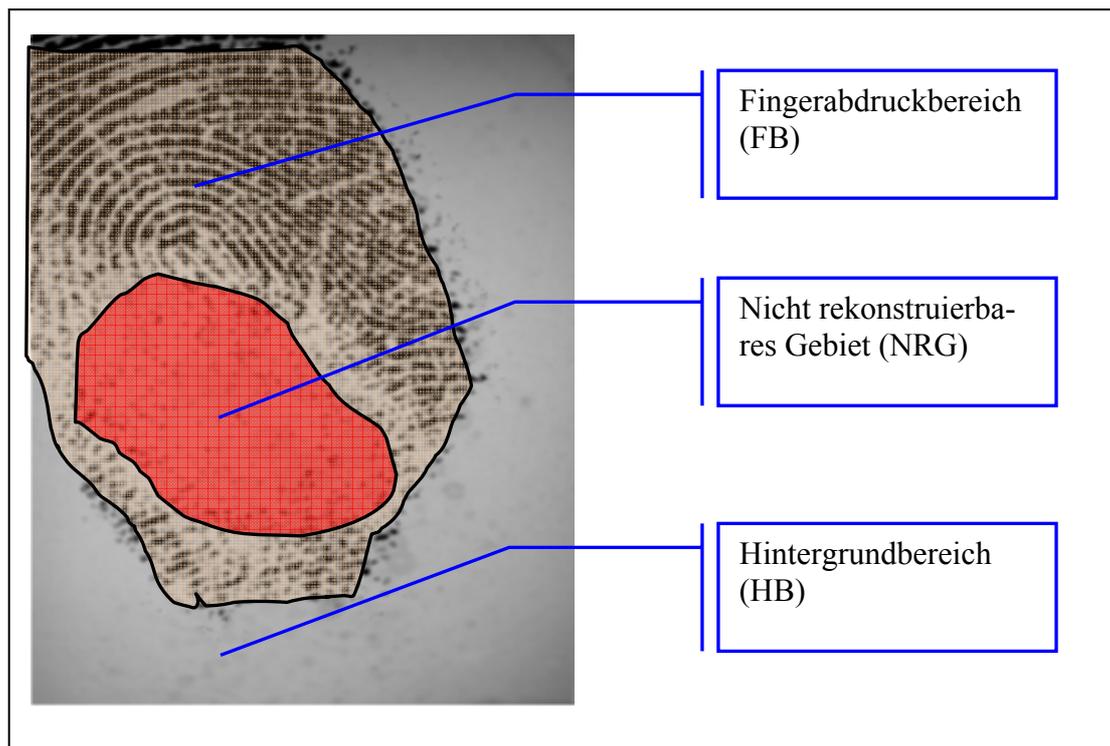
- Orientierungsbild
- Kohärenzverteilung
- Verteilung der lokalen Rillenfrequenz

## **4.2 Segmentierung des Fingerabdrucks**

Die Aufgabe der Fingerabdrucksegmentierung besteht in der akkuraten Trennung des Bildhintergrundes von der Abbildung des Fingers. Für unser Verfahren ist es besonders wichtig die gerichteten Strukturen, die nicht zur Papillarstruktur gehören, auszumaskieren, weil diese die nachfolgende Diffusionsfilterung stark beeinträchtigen können. Bevor wir ein solches Verfahren entwerfen, müssen wir, wie schon im vorigen Abschnitt, ein Modell für eine Fingerabdruckabbildung finden und dessen Eigenschaften beschreiben.

Ein Fingerabdruckbild kann in drei Bereiche unterteilt werden, den Fingerbereich (FB), den Hintergrundbereich (HB) sowie in Bereiche des Fingerabdrucks, die per se nicht rekonstruierbar sind (siehe Abb. 4.6). Der Fingerbereich (FB) kann als eine konvexe Region betrachtet werden. Diese Eigenschaft wird bei der Segmentierung eine große Rolle spielen.

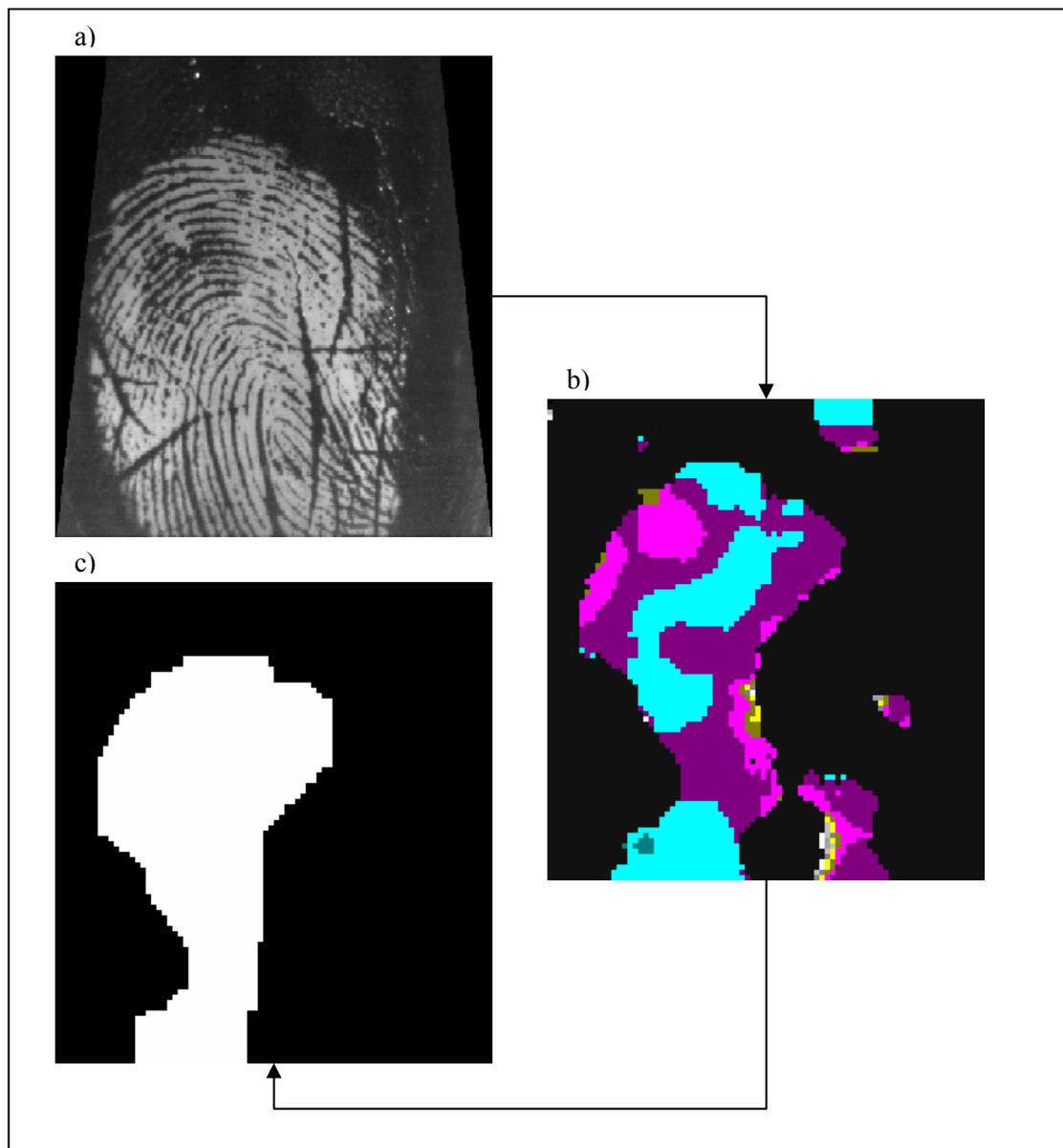
Die besondere Herausforderung an ein gutes Segmentierungsverfahren ist eine korrekte Ausmaskierung des HB unter gleichzeitiger Erhaltung eventuell vorhandener NRG's. Wie schon erwähnt, kommt eine statistische Analyse der Bildregionen nicht in Frage, weil es, wie man in der Abbildung 4.6 erkennen kann, nur sehr geringe statistische Unterschiede zwischen den Regionen NRG und HB gibt. Würden wir also statistische Messgrößen für die Segmentierung heranziehen, wären eventuell auch NRG's schon vor der eigentlichen Rekonstruktionsfilterung ausmaskiert.



**Abbildung 4.6: Drei Bereiche eines Fingerabdruckbildes.**

Nahe liegend und im Einklang mit dem Rillenmodell wäre dagegen folgende Vorgehensweise:

Nach Ermittlung der lokalen Rillenfrequenz werden alle Bildbereiche ausmaskiert, in denen diese außerhalb vorgegebener Schwellwerte liegt, wobei die Schwellwerte aus der optischen Auflösung des Fingerabdrucksensors abgeleitet werden können. Auf diese Weise lassen sich also Bildregionen extrahieren, die gerichtete Muster in einem bestimmten Frequenzbereich aufweisen. Diese einfache Methode funktioniert tatsächlich und liefert gute Ergebnisse, allerdings nur solange die zuvor ermittelte Rillenfrequenz korrekt ist. Wie im vorigen Abschnitt schon erwähnt, hängt dieses wiederum nur von der Zuverlässigkeit der lokalen Orientierungsberechnung ab. Abbildung 4.7 zeigt zwei mit dieser Methode segmentierte Bilder, mit jeweils schlechter und mittlerer Qualität:



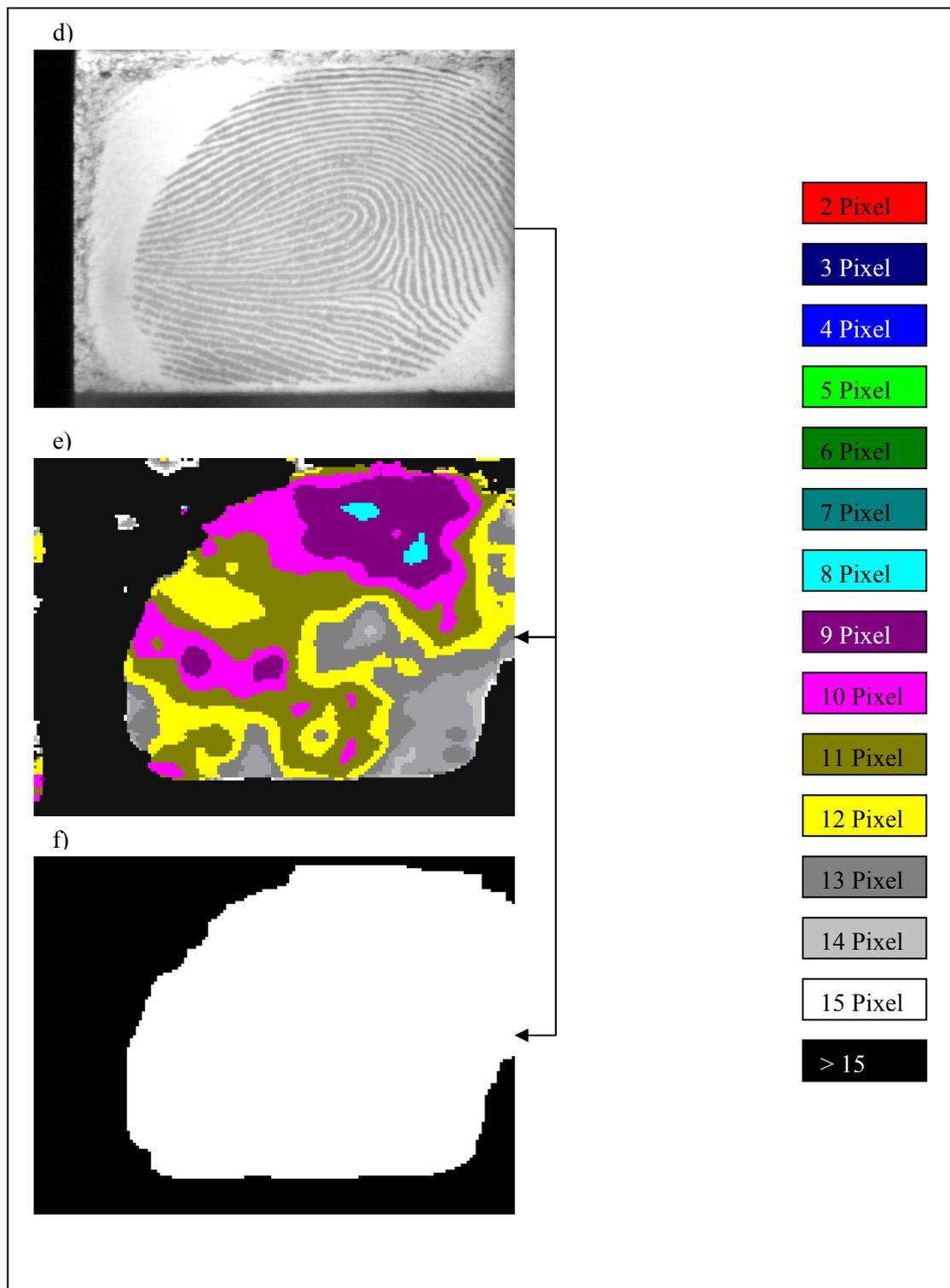


Abbildung 4.7: Segmentierung mittels lokaler Rillenfrequenz. a) und d) - Originalbilder, b) und e) Verteilung der Rillenfrequenz, c) und f) segmentierter Hintergrund.

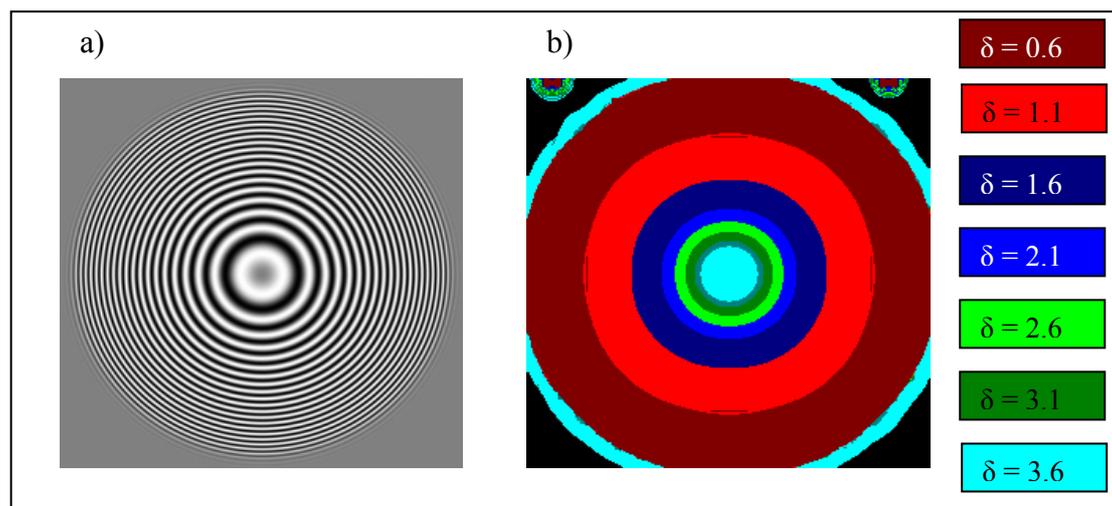
Wie man erkennen kann, hat die Fingerabdrucksegmentierung bei dem schlechten Bild nicht korrekt funktioniert und zwar in den Gebieten, in denen keine Orientierungsinformation vorlag. Somit wurden nicht nur Hintergrundbereiche sondern auch

NRG's ausgeblendet. Obwohl dieses Verfahren offensichtlich unseren eingangs erwähnten Anforderungen nicht genügt, ist es immer dann anwendbar, wenn nach der Analysephase eine einfache adaptive Glättung erfolgt. Für solche Verfahren ist es von entscheidender Bedeutung, dass neben den Hintergrundbereichen auch Bereiche mit einer undefinierten Rillenfrequenz bzw. Orientierung ausmaskiert werden.

Wie die oben beschriebene Methode zeigt, sind die Ergebnisse der auf Orientierungsinformationen basierenden Analysephase bei sehr schlechten Bildern nicht zuverlässig. Um dieses Problem zu umgehen, brauchen wir einen Operator, der einerseits isotrop ist, andererseits aber keine Linienstrukturen herausfiltert: ein isotropes Bandpassfilter. Ein derartiges Filter ist der im Abschnitt 2.1.2 eingeführte LoG-Operator. Für die Erhaltung der Rillenstruktur ist es notwendig, den Varianzparameter des LoG-Filters an die lokale Nachbarschaft anzupassen. Dafür benutzen wir den gleichen Ansatz wie im Abschnitt 4.1.1. Wir definieren eine Familie von LoG-Filtern  $\mathfrak{S}^\Lambda$  und schreiben die Gleichung (4.4) entsprechend um:

$$B * \mathfrak{S}_{i_{x,y}}^\Lambda \rightarrow \text{Maximum}, \quad \sigma \in [\sigma_{\min}, \sigma_{\max}] \quad (4.6)$$

Den  $\sigma$ -Parameter bezeichnen wir des Weiteren als Skala<sup>4</sup>. Abbildung 4.8 zeigt die Anwendung dieser Methode auf ein Ringmuster.



**Abbildung 4.8:** automatische Skalenauswahl mit dem LoG-Operator. a) Ringmuster, b) Skalenverteilung

<sup>4</sup> Wir benutzen an dieser Stelle den Begriff Skala, weil dieser Ansatz eng mit der Theorie der differentiellen Skalenräume verbunden ist. Ausführliche Abhandlungen zu diesem Thema findet man in [Linde 94]

Nachdem die adaptive Bandpassfilterung erfolgt ist, wird die Linienstruktur mit Hilfe eines morphologischen Kontrastoperators erhöht. Dieser hat folgende Form:

$$K_{B(x,y)}^z = \begin{cases} \Gamma_{B(x,y)}^z, & \text{wenn } \Gamma_{B(x,y)}^z - B(x,y) < B(x,y) - O_{B(x,y)}^z \\ O_{B(x,y)}^z, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.7)$$

Dieser Operator prüft also die Differenz zwischen Originalbild und seiner Öffnung und Schließung und selektiert anschließend den Grauwert, der die kleinste Differenz zum Originalbild aufweist. Dieses entspricht einer Binarisierung innerhalb der lokalen Nachbarschaft und führt zur Hervorhebung von Linienstrukturen. Im nächsten Schritt erfolgt dann die eigentliche Hintergrundsegmentierung. Dafür wird auf das kontrastverstärkte Bild  $\hat{B}$  folgender Operator angewandt:

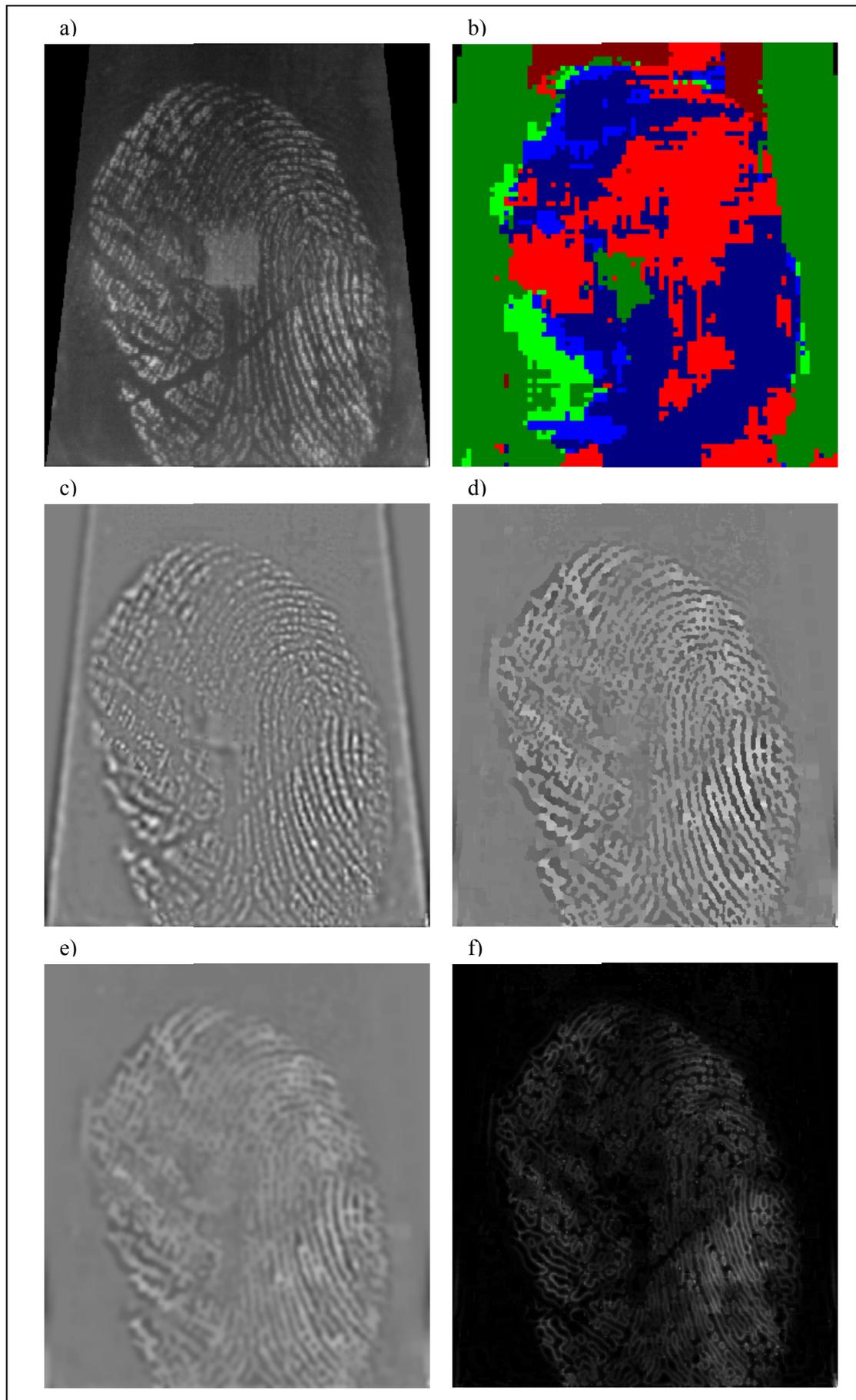
$$H(t, \hat{B}) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } (\Omega_2 * \hat{h})_{x,y} > t \cdot \max(\Omega_2 * \hat{h}) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.8)$$

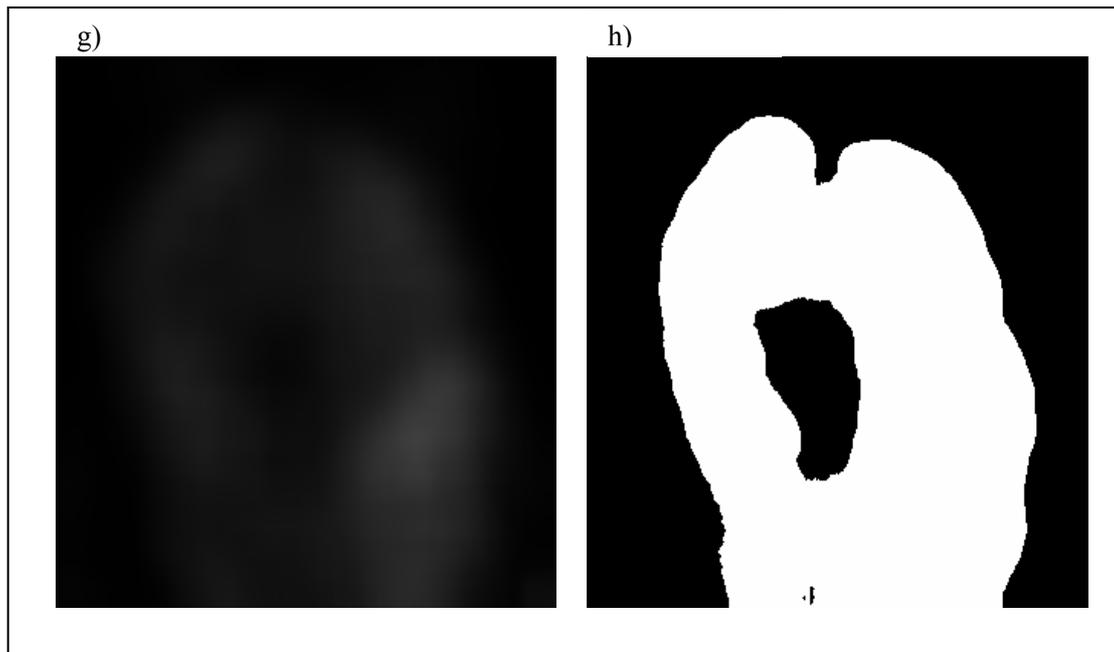
mit:

$$\hat{h} = \left| \hat{B} - \Omega_1 * \hat{B} \right|, \quad (4.9)$$

wobei  $\hat{h}$  ein Hochpassfilter ist, der durch Differenzbildung zwischen dem Originalbild und seiner geglätteten Version realisiert wird,  $t$  ein Schwellwert für die Stärke der Binarisierung,  $\Omega_1$  ein Binomialfilter und  $\Omega_2$  ein Mittelwertfilter. Mit  $*$  wird eine Faltungsoperation bezeichnet. Entspricht die Größe des Binomialfilters etwa dem Abstand zwischen den Papillarlinien, werden diese Strukturen durch das Hochpassfilter durchgelassen. Alle anderen, also niedrigfrequente Strukturen, werden komplett herausgefiltert. Da hochfrequente Strukturen naturgemäß keine kompakte Region im Bild darstellen können, eignen sie sich in der vorliegenden Form nicht für die weitere Segmentierung. Daher wird ein Mittelwertfilter mit einer sehr großen Glättungsmaske von etwa  $4 \cdot f^{-1}$  Pixeln auf das hochpassgefilterte Bild angewendet, wodurch sich in ausgeprägten Fingerabdruckbereichen zusammenhängende Regionen ausbilden. Diese Regionen können nun durch Anwendung eines Schwellwertoperators auf das gemittelte Bild extrahiert werden. Liegt die Fingerabdruckabbildung in der Nähe vom Bildrand, kann es vorkommen, dass sie durch die große Mittelwertmaske bis an die Bildränder diffundiert. Dieser Effekt lässt sich durch eine Nachbearbeitung von  $\Omega_2 * \hat{h}$

mit einer morphologischen Öffnung vermeiden. Abbildung 4.9 demonstriert die Anwendung der Hintergrundsegmentierung auf ein Fingerabdruckbild niedriger Qualität.





**Abbildung 4.9:** Hintergrundsegmentierung eines Fingerabdrucks. a) Originalbild, b) Skalenverteilung, c) skalen-adaptiver LoG-Operator d) morphologischer Kontrast, e) Bild aus d) geglättet mit einem Binomialfilter, f) Differenz zwischen e) und d), g) gemittelte Differenz, h) Binarisierung von g) mit  $t = 0.2$ .

Noch ist die beschriebene Methode jedoch unvollständig, da, wie wir in Abbildung 4.9 erkennen können, auch Regionen im Fingerabdruckbereich ausgeblendet worden sind. Ausgehend von der Konvexität des Fingerabdruckbildes kann dieses Problem leicht gelöst werden, indem die konvexe Hülle der Objektregion gebildet wird. Für ihre Berechnung benutzen wir einen morphologischen Operator, der in [Soille98] vorgeschlagen wurde. Demnach kann eine konvexe Hülle durch die Schnittmenge ihrer Schließungen mit einem Satz von Halbebenen in alle möglichen Richtungen angenähert werden. Dabei hängt die Qualität der Näherung von der Anzahl der Halbebenen ab. In unserem Fall werden 32 Halbebenen berechnet. Die mit diesem Verfahren gebildete konvexe Hülle eines Fingerabdruckbildes ist in Abbildung 4.10 dargestellt.

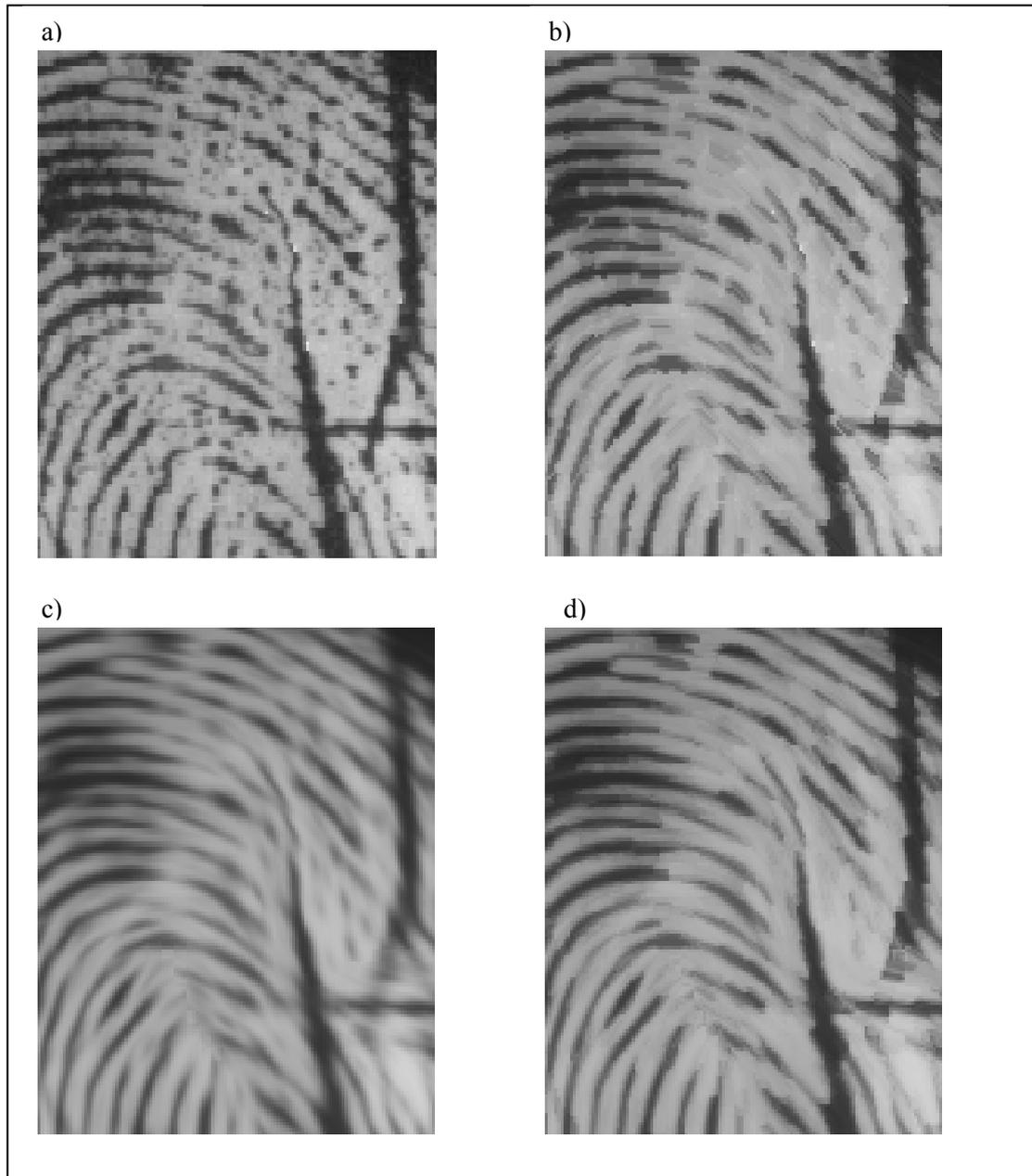


Abbildung 4.10: Konvexe Hülle eines Fingerabdrucks. a) Segmentierter Hintergrund b) konvexe Hülle des Fingerabdrucks c) das Originalbild aus der Abb. 22 mit rot maskiertem Hintergrund d) das Originalbild a) aus der Abb. 20 mit rot maskiertem Hintergrund.

### 4.3 Inhomogene anisotrope Diffusionsfilterung

Die im Kapitel 3 diskutierten Rekonstruktionsverfahren haben gemeinsam, dass sie mit Hilfe der in der Analysephase gewonnen Merkmale eine nicht lineare Glättung des Eingangsbildes durchführen. Die Verfahren unterscheiden sich voneinander lediglich durch die Filterkerne und durch die Merkmale, die für die Justierung der Filterparameter eingesetzt werden. So können für eine anisotrope Filterung beispielsweise Mittelwert-, Gauß-, Gabor-, oder Mediankerne eingesetzt werden. Denkbar sind auch

gerichtete morphologische Filter mit einem linienförmigen SE. Unsere Untersuchungen zeigen, dass die Wahl des Filterkernes für das Ergebnis der Rekonstruktion praktisch unerheblich ist. Die Filterung ist nur dann stabil, solange die Merkmalsbilder korrekt sind. Ist dies nicht der Fall, können Linienstrukturen entstehen, die in den nachfolgenden Verarbeitungsschritten zu falschen Minuzien führen. Abbildung 4.11 zeigt einen mit unterschiedlichen Filterkernen gefilterten Bildausschnitt.



**Abbildung 4.11:** Anwendung unterschiedlicher Filterkerne auf ein Fingerabdruckbild schlechter Qualität. a) Original, b) gerichtete morphologische Schließung, c) gerichteter Gaußfilter, d) gerichteter Medianfilter.

Wie man erkennen kann, liefern alle Glättungsfilter in den zerstörten Regionen falsche Ergebnisse. Genau dieses Verhalten soll durch das neue Verfahren, das wir in diesem Abschnitt vorstellen werden, vermieden werden.

Die Grundidee der neuen Methode besteht darin, dass die Filterung nicht wie bei den herkömmlichen Verfahren im ganzen Bild stattfindet, sondern nur in den qualitativ guten Bildbereichen. Praktisch bedeutet das, dass in Bildregionen mit einer ausgeprägten Orientierung stärker geglättet wird als in isotropen Bereichen. Um ein besseres Kohärenzverhalten zu erzeugen, wird die Rillenstruktur durch ein adaptives Filter nach der Glättung verstärkt. Nach einem Filterungsdurchlauf werden die Merkmalsbilder neu berechnet und die ganze Prozedur solange wiederholt, bis eine Abbruchbedingung erfüllt ist. Folgendes Blockdiagramm verdeutlicht die angesprochene Vorgehensweise:

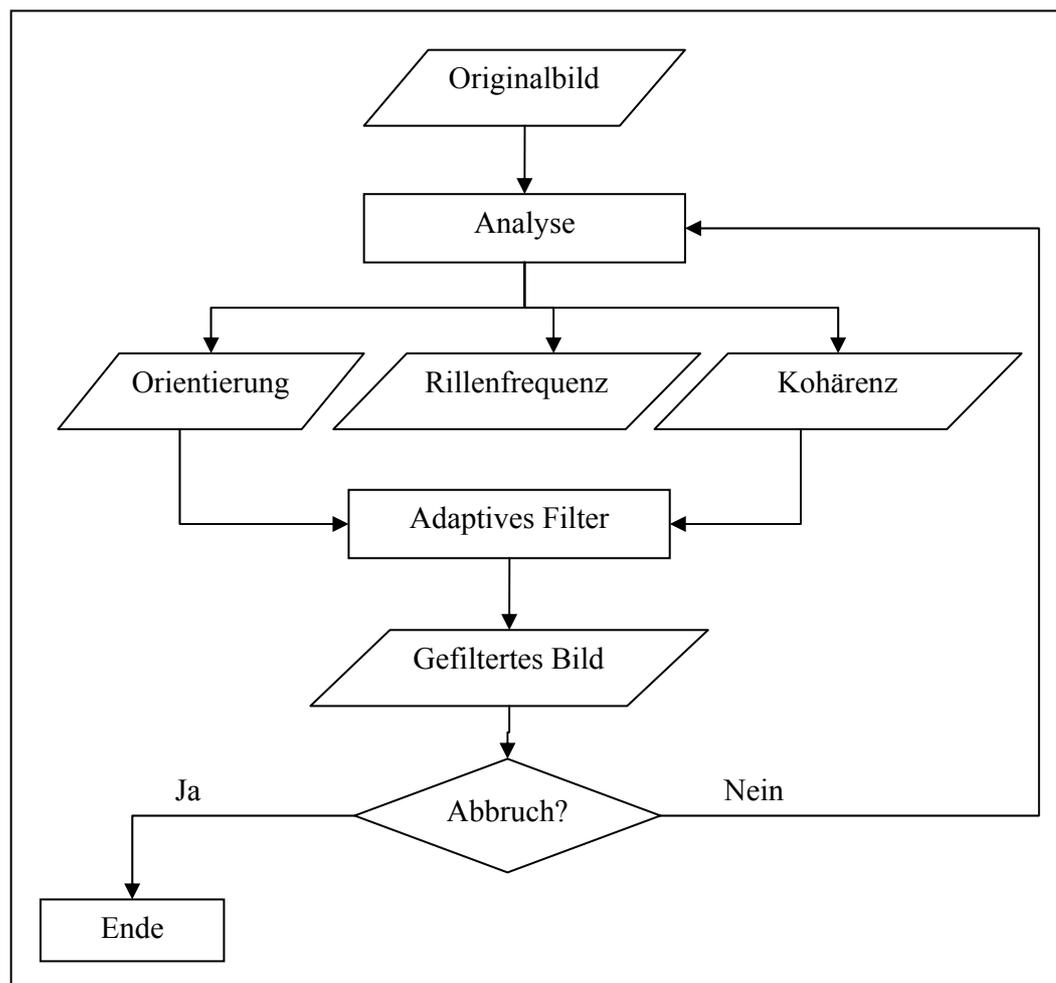


Abbildung 4.12: Blockdiagramm der Rekonstruktionsfilterung

Das Kernproblem bei der vorgeschlagenen Methode ist das Design eines steuerbaren Filters, das sich an die Eigenschaften der lokalen Nachbarschaft am besten anpassen lässt. Dafür schlagen wir folgende Operatoreigenschaften vor:

- Der Operator soll entlang der Rillenorientierung glätten. Die Stärke der Glättung soll dabei von der lokalen Kohärenz abhängen.
- Der Operator soll die Rillenstruktur orthogonal zur Rillenorientierung verstärken. Diese Verstärkung soll von der lokalen Rillenfrequenz und der lokalen Kohärenz abhängen.

Da diese beiden Forderungen gegensätzliche Ziele verfolgen, werden sie durch zwei separate Filter realisiert.

#### 4.3.1 Adaptiver Glättungskern

Die Glättungskomponente hat folgende Form:

$$\Omega(x, y, \alpha, c) = e^{-\frac{(x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2}{2\sigma_1^2}} e^{-\frac{(y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 \varphi(c))}}, \quad (4.10)$$

wobei  $\alpha$  der Orientierungswinkel ist, der die Glättungsrichtung bestimmt und  $c$  die lokale Kohärenz an der Position  $(x, y)$  bezeichnet. Abbildung 4.13 zeigt einige Glättungsfilter in 3D-Darstellung.

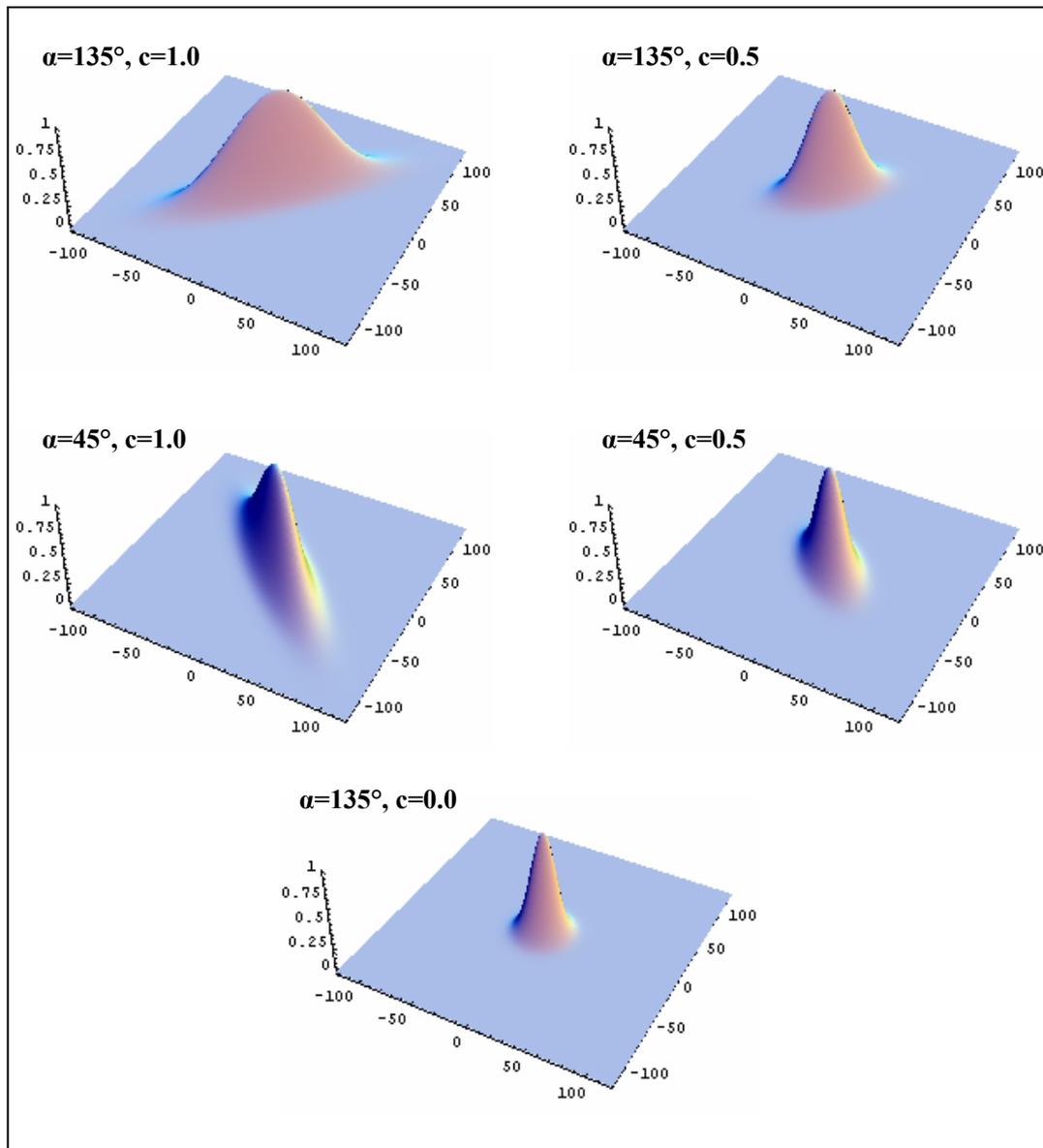


Abbildung 4.13: Verschiedene anisotrope Glättungskerne.

Der erste Exponentialterm beschreibt den Verlauf der Gaußfunktion senkrecht zur Glättungsrichtung und entspricht damit der Breite des Filters. Der zweite Exponentialterm ist etwas komplexer. Er beschreibt die variable Länge des Glättungsfilters. Die Variabilität kommt durch eine Funktion der Kohärenzverteilung  $\varphi(c)$ <sup>5</sup>, die des Weiteren als Anisotropiefunktion bezeichnet wird, zustande. Diese muss folgende Bedingungen erfüllen:

- $0 \leq \varphi(c) \leq 1, \forall c \in [0, 1]$  (I)
- $\varphi(0) = 0$  (II)

<sup>5</sup> Dieser Ansatz lässt sich erweitern, indem man  $\varphi(c)$  durch  $\varphi(\vec{v})$  ersetzt, wobei  $\vec{v}$  den analytischen Merkmalsvektor bezeichnet. Somit kann die Glättungsstärke durch weitere Parameter gesteuert werden.

- $\varphi(1) = 1$  (III)
- $\varphi'(c) > 0, \forall c \in (0, 1)$  (IV)

Diese Einschränkungen führen zu folgendem Verhalten. Für  $\varphi(0) = 0$ , also in einer isotropen Region, wird  $\Omega(x, y, \alpha, c)$  zu einem isotropen Filter mit der Varianz  $\sigma_1^2$  und bei  $\varphi(1) = 1$ , also bei maximaler Orientierungsausprägung, zu einem anisotropen Filter mit der Glättungsstärke  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$  entlang der Orientierung  $\alpha$ . Durch Bedingung (IV) wird sichergestellt, dass die Anisotropiefunktion monoton steigend ist. Je nach Wahl von  $\varphi(c)$  können unterschiedliche Glättungsverhalten modelliert werden.

- **Optimistisch.** Es gilt:  $\varphi(c) > c, \forall c \in (0, 1)$ . Der Filterlänge wächst schneller als linear an. Dies führt dazu, dass auch in qualitativ schlechten Bildregionen noch mit einem anisotropen Filterkern geglättet wird. Das kann immer dann vorteilhaft sein, wenn die Orientierungsinformation korrekt ist. Dadurch lassen sich z.B. Kratzer, die senkrecht zu der Rillenstruktur liegen, überbrücken. Ist die Orientierung aber falsch, werden isotrope Bereiche anisotrop geglättet, was zur Bildung von Linienstrukturen führen kann, die im Originalbild nicht vorhanden sind. Ein Beispiel für eine optimistische Anisotropiefunktion ist:

$$\circ \varphi(c) = \sqrt[n]{c}, n = 2, 3, 4 \dots N, \forall c \in (0, 1)$$

- **Pessimistisch.** Es gilt:  $\varphi(c) < c, \forall c \in (0, 1)$ . Die Filterlänge wächst langsamer als linear an. Das hat zur Folge, dass die schlechten Bildbereiche kaum anisotrop geglättet werden. Der Nachteil pessimistischer Glättung ist, dass auch die Bereiche mit hoher Krümmung, z.B. in der Kern- oder Deltaumgebung, nur schwach geglättet werden. Für die Fingerabdruckrekonstruktion ist ein derartiges Verfahren jedoch von Vorteil, da im Allgemeinen davon ausgegangen werden kann, dass sich in diesen Bildregionen keine Minuzien befinden. Folgende Funktionen können eingesetzt werden:

$$\circ \varphi(c) = \frac{1}{1 - e^{-1}} (e^{c-1} - e^{-1}), \forall c \in (0, 1)$$

$$\circ \varphi(c) = c^n, n = 2, 3, 4 \dots N, \forall c \in (0, 1)$$

- **Neutral.** Es gilt:  $\varphi(c) = c, \forall c \in (0, 1)$ . Die Filterlänge wächst linear an.

Abbildung 4.14 zeigt die Graphen für unterschiedliche Anisotropiefunktionen.

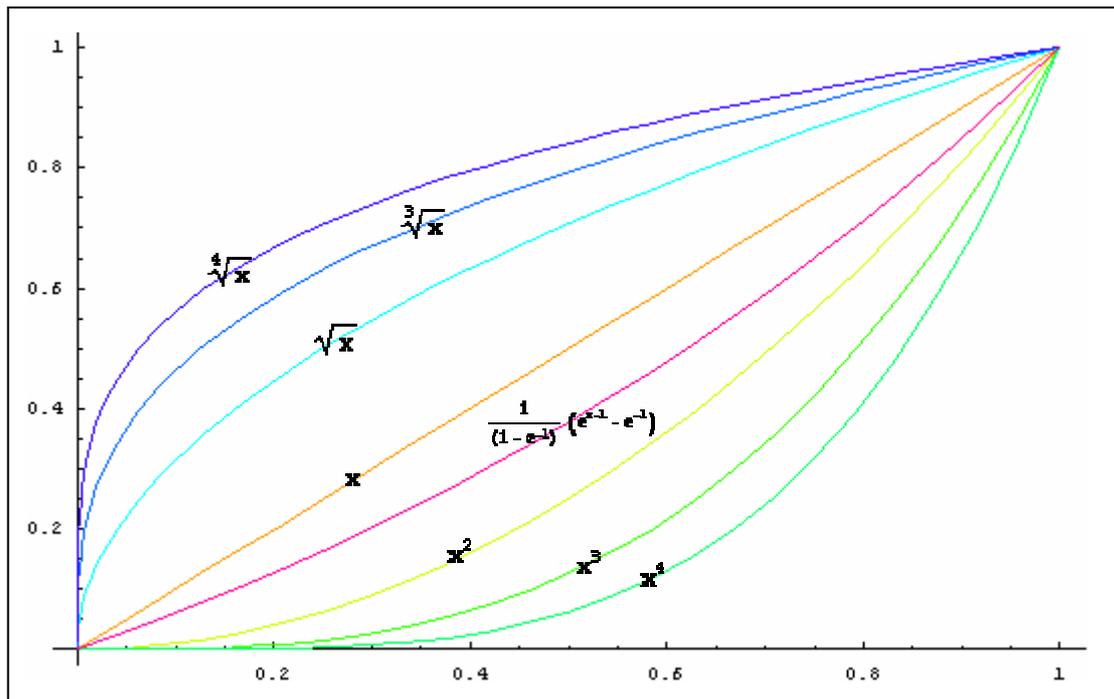


Abbildung 4.14: Verschiedene Anisotropiefunktionen

Für die Implementierung dieses Ansatzes definieren wir eine Filterfamilie  $\mathfrak{F}^{\Omega}$  mit  $i\ell_y, i\ell_x, y$  zwei Entscheidungsfunktionen, jeweils eine für die Orientierung und eine für die Kohärenzverteilung und führen eine Faltung des Bildes nach Gleichung (2.25) durch. Abbildung 4.15 zeigt die Filterung eines Bildausschnitts mit unterschiedlichen Anisotropiefunktionen.

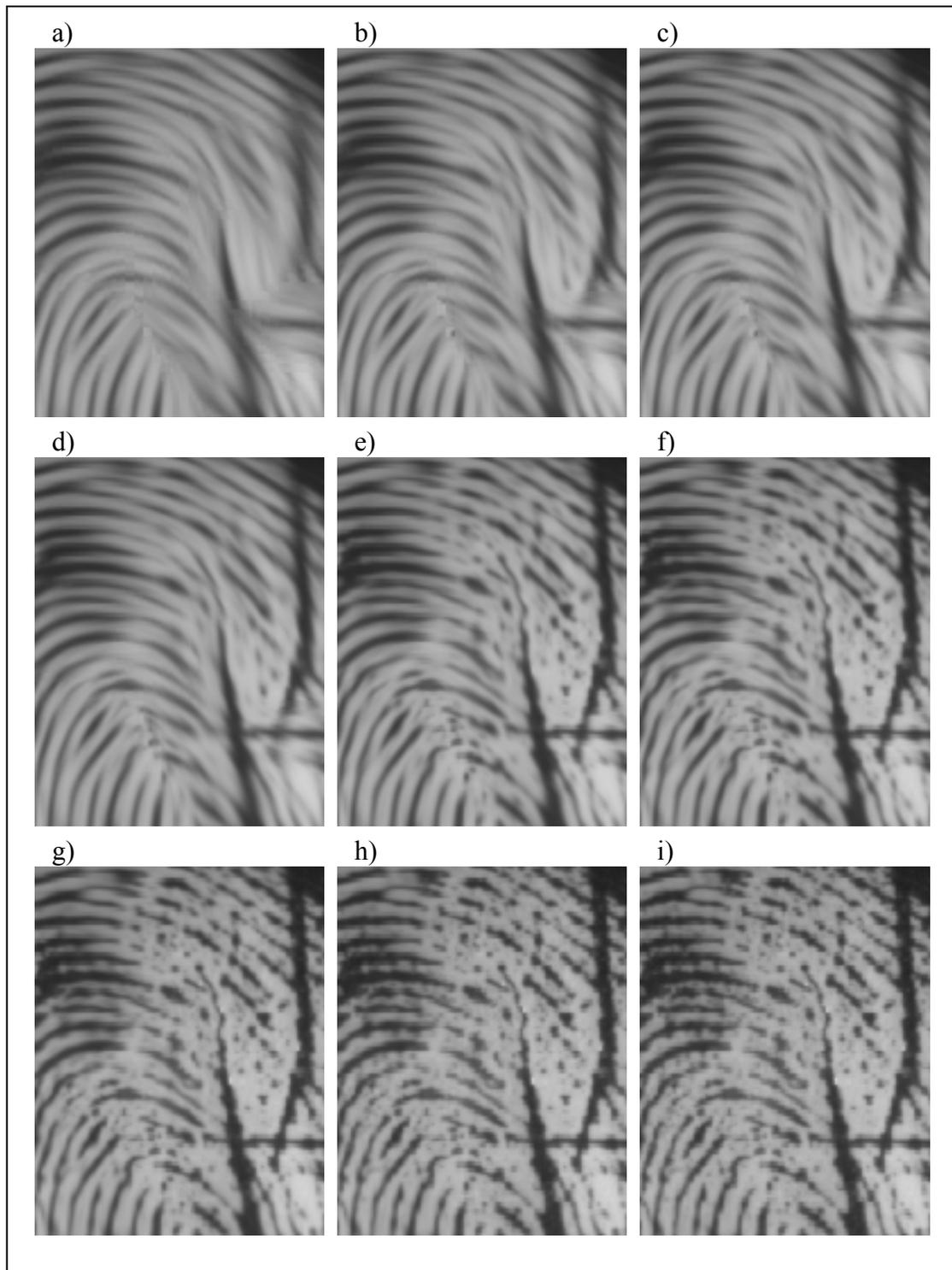


Abbildung 4.15: Anwendung verschiedener Anisotropiefunktionen auf einen Bildausschnitt. Für

$\varphi(c) =$  a) 1 b)  $\sqrt[4]{c}$  c)  $\sqrt[3]{c}$  d)  $\sqrt{c}$  e)  $c$  f)  $\frac{1}{(1-e^{-1})}(e^{c-1} - e^{-1})$  g)  $c^2$  h)  $c^3$  i)  $c^4$ .

### 4.3.2 Adaptives Verstärkungsfilter

Durch die iterative Anwendung adaptiver Glättungsfilter wird die lokale Amplitude des Signals gesenkt. Dies kann im Extremfall zu einer erheblichen Beeinträchtigung

der Orientierungsanalyse führen. Daher ist es sinnvoll nach jeder Anwendung des Glättungsfilters die Amplitude des gefilterten Signals zu verstärken. Das Verstärkungsfiler soll dabei zwei Bedingungen erfüllen:

- Die Amplitude der lokalen Rillenfrequenz soll maximal verstärkt werden. Alle anderen Signalanteile werden zwar auch verarbeitet, dürfen aber nicht maximiert werden. Bei einem Fingerabdruckbild würde es zur Bildung falschen Linienstrukturen und somit zur Entstehung falscher Minuzien führen.
- Die Verstärkung soll von der lokalen Kohärenz abhängen und somit nur bei den orientierten Strukturen greifen. Damit kann eine Filterung isotroper Bildregionen erreicht werden.

Wir schlagen dafür folgenden Operator vor:

$$E(x, y, \alpha, c, f) = (1 - \varphi(c)) \cdot B(x, y) + \frac{\varphi(c) \cdot B^2(x, y)}{\Omega(f^{-1}, \alpha + \pi/2) * B(x, y)}, \quad (4.11)$$

wobei  $f$  die lokale Rillenfrequenz,  $\Omega$  einen Glättungsoperator und  $\varphi(c)$  die Anisotropiefunktion bezeichnet. Alle Werte, die eventuell außerhalb des Wertebereiches der Bildfunktion liegen, werden abgeschnitten.

Nun untersuchen wir die Wirkung des vorgestellten Operators in den verschiedenen Nachbarschaften. In einer homogenen Region erwarten wir, dass das Filter die Bildfunktion unverändert lässt. Dies ist tatsächlich der Fall, da nach der Definition eines Glättungsfilters für  $B(x, y) = const$  gilt:

$$\Omega(f^{-1}, \alpha + \pi/2) * B(x, y) = B(x, y)$$

Daraus folgt:

$$E(x, y, \alpha, c, \lambda) = (1 - \varphi(c)) \cdot B(x, y) + \frac{\varphi(c) \cdot B^2(x, y)}{B(x, y)} \Rightarrow B(x, y) \cdot (1 - \varphi(c) + \varphi(c)) = B(x, y)$$

In isotropen Bildbereichen, also bei  $\varphi(c) \rightarrow 0$ , geht  $\frac{\varphi(c) \cdot B^2(x, y)}{\Omega(f^{-1}, \alpha + \pi/2) \bullet B(x, y)}$

auch gegen null und somit der Gesamtausdruck gegen  $B(x, y)$ . Dieses Verhalten entspricht unserem Modell, bei dem von einer stark ausgeprägten Orientierung ausgegangen wird. In stark anisotropen Bildgebieten, also bei  $\varphi(c) \rightarrow 1$ , erhalten wir die maximale Verstärkung der Grauwertausprägung durch den Term

$$\frac{B^2(x, y)}{\Omega(f^{-1}, \alpha + \pi/2) \bullet B(x, y)}.$$

Die Implementierung dieses Operators ist der des Glättungsfilters aus dem vorherigen Abschnitt sehr ähnlich. Der einzige Unterschied besteht darin, dass die Filterfamilie eine zusätzliche Entscheidungsfunktion für die Rillenfrequenzverteilung besitzt. Abbildung 4.16 demonstriert die Anwendung dieses Operators auf ein Fingerabdruckbild.

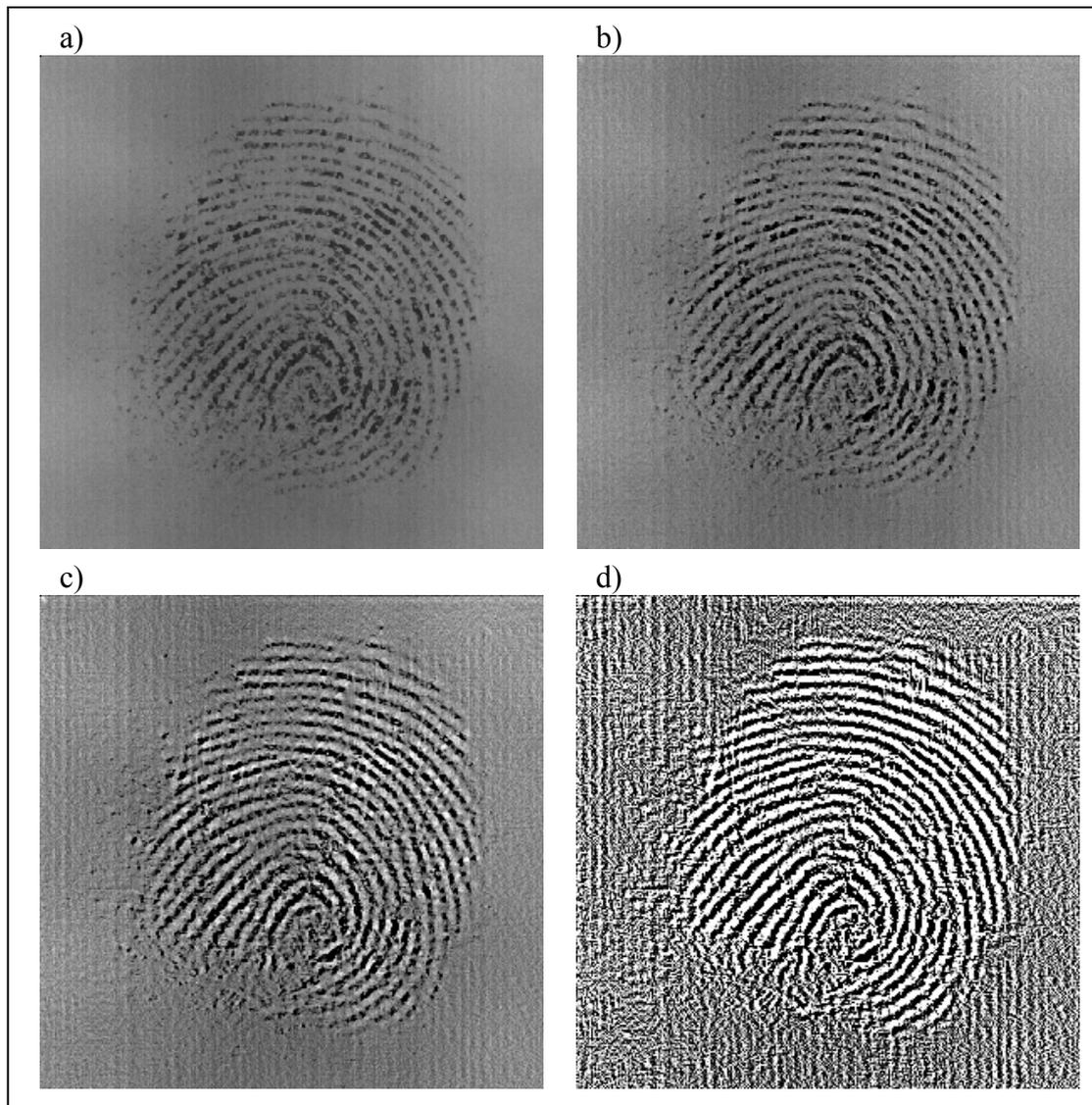


Abbildung 4.16: Anwendung des adaptiven Verstärkungsfilters. a) Eingangsbild b) c) und d) Verstärkungsfilter mit jeweils 1, 2 und 5 Iterationen.

### 4.3.3 Diffusionsmodell

Diffusion ist ein physikalischer Prozess, durch den in einem geschlossenen System Konzentrationsunterschiede ohne äußere Beeinflussung ausgeglichen werden. Der Prozess der Diffusion lässt sich auf die Bildverarbeitung übertragen, indem man den Bildgrauwert z.B. als Konzentration eines chemischen Stoffes an einer gegebenen Position im Raum interpretiert. Hängt die Diffusionsgeschwindigkeit nicht von der Position ab, lautet die Diffusionsgleichung wie folgt:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = D \cdot L_B \quad (4.12)$$

wobei  $D$  die so genannte Diffusionskonstante, über die die Diffusionsgeschwindigkeit gesteuert wird, und  $L_B$  der Laplace-Operator ist. Es kann gezeigt werden, dass die Lösung dieser partiellen Differentialgleichung durch eine Faltung mit einer Gaußfunktion angenähert werden kann. Für ein Bild  $B(\vec{v}, t)$  gilt dann:

$$B(\vec{v}, t) = \frac{1}{4\pi Dt} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{|\vec{v}|}{4Dt}\right)^2} * B(\vec{v}, 0) \quad (4.13)$$

Ersetzt man die isotrope Gaußfunktion durch den anisotropen Term aus Gleichung (4.10), ergibt sich folgende Gleichung für eine anisotrope Diffusion:

$$B(\vec{v}, t) = e^{-\frac{(x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2}{4\pi D_1 t}} * e^{-\frac{(y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2}{4\pi D_2(\vec{v}) t}} * B(\vec{v}, 0) \quad (4.14)$$

Da  $D_2(\vec{v})$  keine Konstante, sondern eine Funktion ist, und somit von den Raumkoordinaten abhängig ist, wird ein solcher Diffusionsvorgang als inhomogene anisotrope Diffusion bezeichnet.

Für die Realisierung des Diffusionsvorganges wird bei unserem Verfahren die Gleichung (4.14) folgendermaßen modifiziert:

$$B(\vec{v}, t) = \Omega(D_1, D_2, \vec{v}) * B(\vec{v}, t-1), \quad 0 < t < t_{\max} \quad (4.15)$$

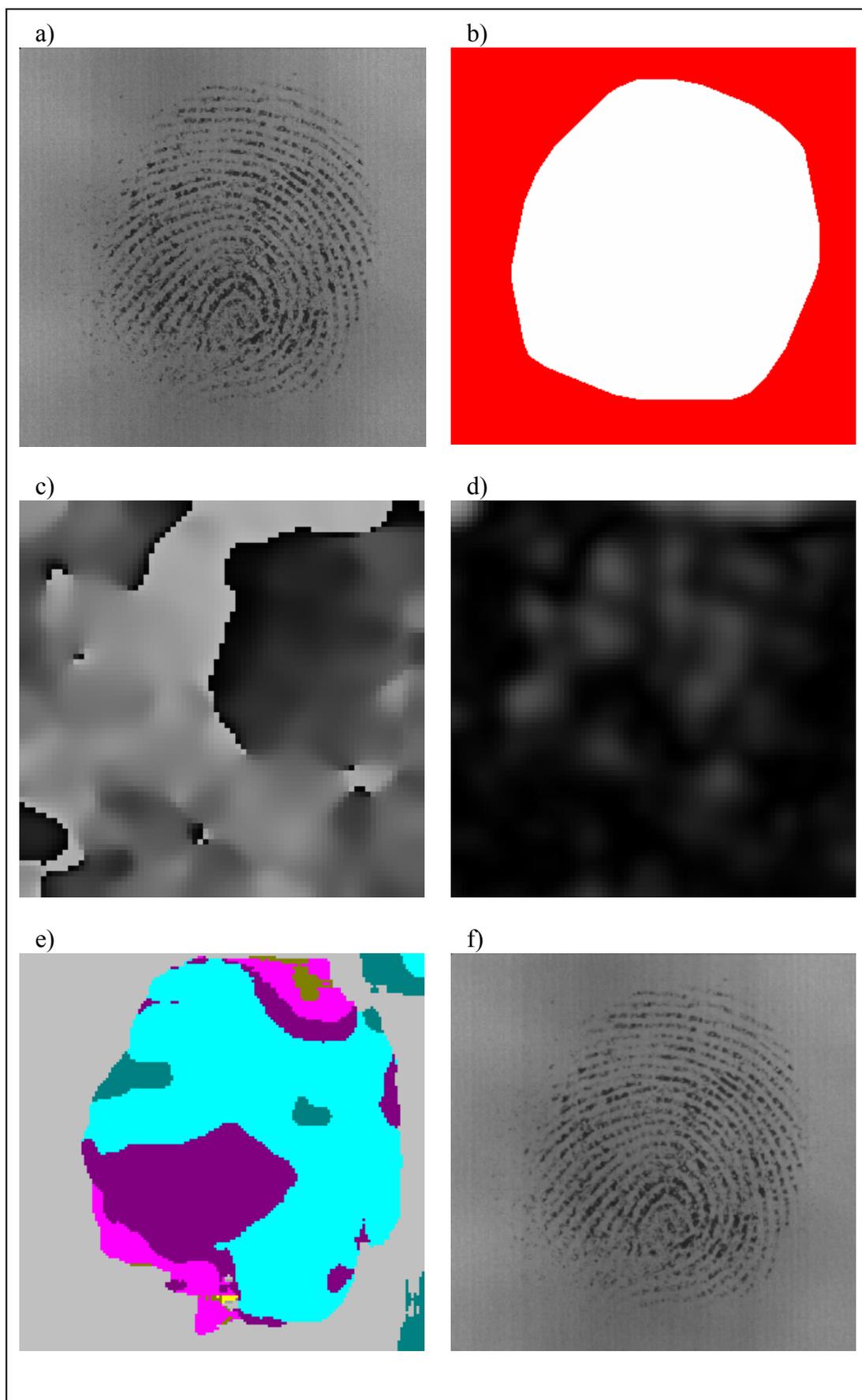
Mit  $\Omega(D_1, D_2, \vec{v})$  wird die Glättungskomponente aus 4.10 bezeichnet. Für das Ergebnis der Diffusionsfilterung ist dann die Anzahl von Iterationen  $t_{\max}$  entscheidend. Es ist nahe liegend, dass die Glättung umso stärker ist, je größer  $t_{\max}$  gewählt wird. Welche Glättungsstärke ist aber für ein konkretes Bild optimal? Intuitiv ist klar, dass für die Rekonstruktion von qualitativ schlechteren Bildern eine stärkere Diffusion benötigt wird als für Bilder guter Qualität. Das bedeutet aber, dass für eine Menge von Bildern unterschiedlicher Qualität kein optimales  $t_{\max}$  gefunden werden kann. Es muss also ein Konvergenzkriterium für den Diffusionsvorgang definiert werden, das die lokalen Bildeigenschaften berücksichtigt. Dabei stützen wir uns auf folgende Betrachtungen:

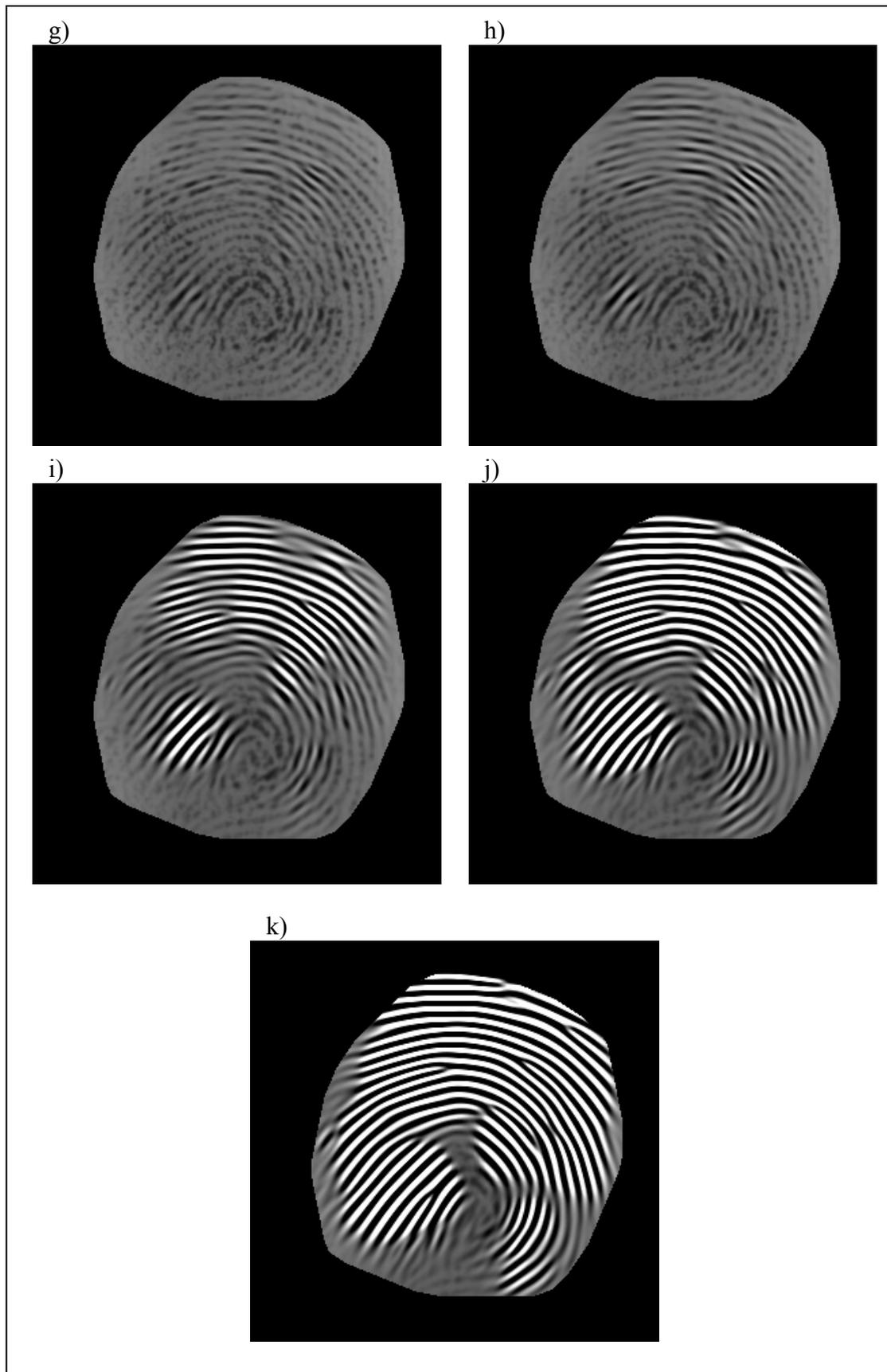
tungen: Durch die adaptive Rekonstruktionsfilterung wird in jedem Filterungsdurchlauf die lokale Kohärenz in den anisotropen Bereichen erhöht. In den restlichen Regionen bleibt sie unverändert, da diese mit einem isotropen Filter geglättet werden. Ist die maximale Kohärenz erreicht, bleibt sie bei den nächsten Filterungsdurchläufen auch konstant. Diese Überlegung ermöglicht folgende Formulierung eines Konvergenzkriteriums für den Diffusionsvorgang:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0, \quad (4.16)$$

wobei  $C$  die Kohärenzverteilung darstellt. Das heißt, der Diffusionsvorgang wird dann abgebrochen, wenn das Gesamtsystem in Bezug auf ihr Kohärenzverhalten stabil wird.

Nun möchten wir den gesamten Rekonstruktionsvorgang anhand eines Beispielbildes demonstrieren. Abbildung 4.17 zeigt die Anwendung der vorgestellten Methode auf ein schlechtes Fingerabdruckbild.





**Abbildung 4.17: Rekonstruktionsfilterung.** a) Eingangsbild, b) Hintergrund von a), c) lokale Orientierung, d) lokale Kohärenz, e) lokale Rillenfrequenz f) bis k) Rekonstruktionsfilterung nach jeweils 1, 2, 4, 6, 8 und 10 Iterationsschritten.

Wie man in Abbildung 4.17 k) erkennen kann, sind im gefilterten Bild Bereiche mit schwach ausgeprägter Amplitude verblieben. Dies ist darauf zurückzuführen, dass diese Regionen eine niedrige Kohärenz aufweisen und daher nicht verstärkt worden sind. Das kann entweder in Bildregionen mit schwach ausgeprägter Orientierung oder aber in Regionen mit verschiedenen Orientierungen der Fall sein. Im Beispielbild treten beide Fälle auf: Zum einen im stark gekrümmten Kernbereich des Fingerabdrucks sowie in den an die Hintergrundmaske grenzenden Gebieten. Diese Bildbereiche müssen zur Vermeidung falscher Minuzien ausgeblendet werden. Zur Lösung dieses Problems verwenden wir einen alternierenden morphologischen Operator. Dieser führt abwechselnd eine Schließung und eine Öffnung durch, wobei bei der Öffnung jeweils ein größeres SE verwendet wird als bei der vorangegangenen Schließung. Durch Anwendung der morphologischen Schließung verschwimmen Bereiche mit ausgeprägten Papillarlinien zu einer Fläche, deren Grauwert der maximalen Amplitude des Bildsignals in diesen Bereichen entspricht. Die nachfolgende Öffnung entfernt die lokalen Maxima in Regionen mit schwach ausgeprägter Amplitude. Der gesamte Vorgang wird mehrfach wiederholt, wobei die Größe des strukturierten Elementes mit jedem Iterationsschritt steigt. Auf diese Weise werden die nicht rekonstruierbaren Regionen segmentiert. Für eine eindeutige Unterscheidung wird im letzten Verarbeitungsschritt eine einfache Schwellwertbinarisierung durchgeführt, bei der die Schwelle auf das Bildmaximum gesetzt wird. Abbildung 4.18 demonstriert die Anwendung dieser Methode auf das rekonstruierte Bild aus Abbildung 4.17.

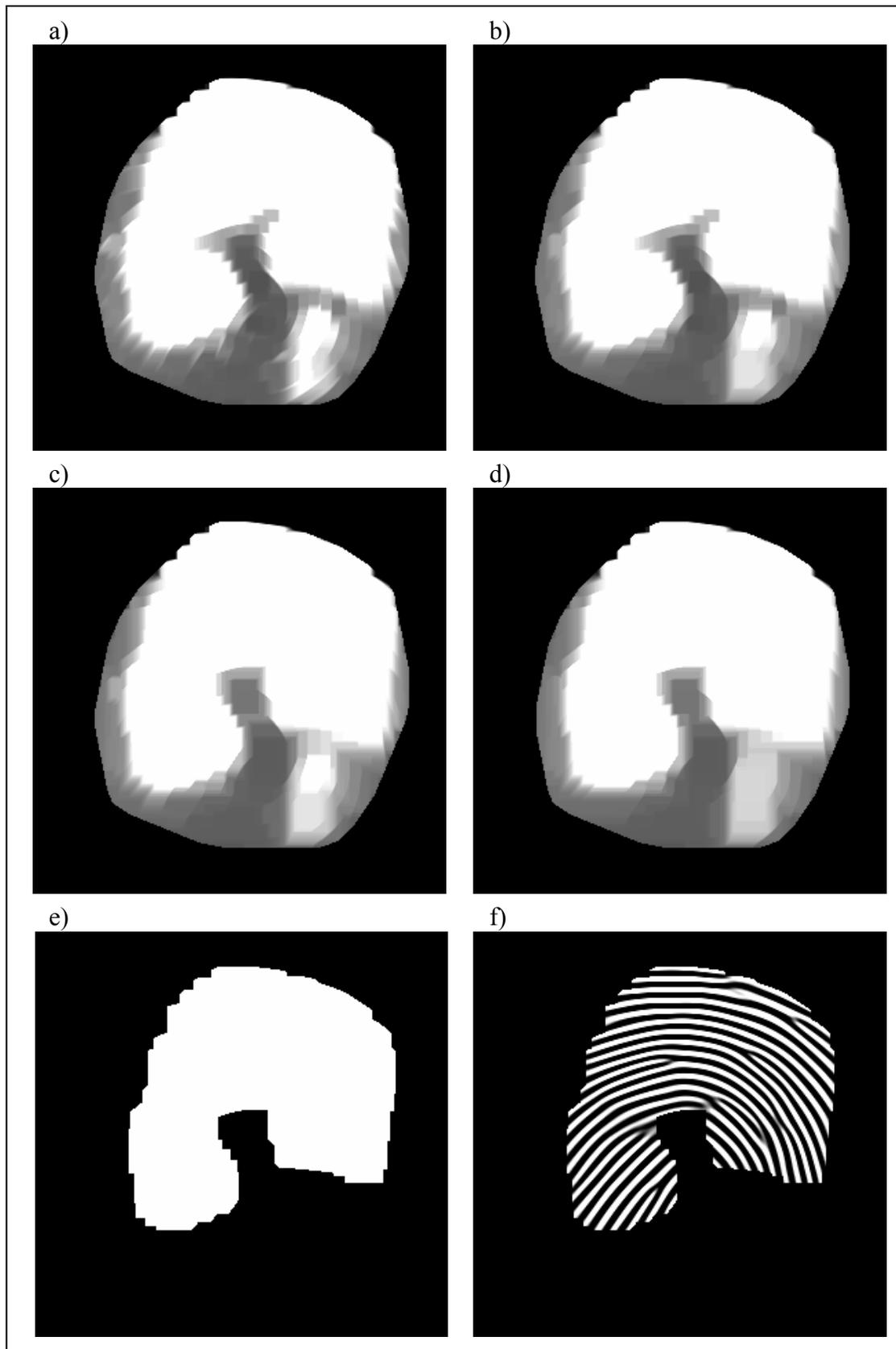


Abbildung 4.18: Postsegmentierung eines rekonstruierten Fingerabdruckbildes. a) Schließung mit einem  $7 \times 7$  SE, b) Öffnung mit einem  $11 \times 11$  SE, c) Schließung mit einem  $15 \times 15$  SE, d) Öffnung mit einem  $19 \times 19$  SE, e) Binarisierung von d), f) Hintergrundmaske auf dem gefilterten Fingerabdruckbild.

## 5 Ergebnisse und Ausblick

### 5.1 Ergebnisse

Nun wollen wir die Ergebnisse der vorgestellten Methode (Methode A) auf einem Satz von Fingerabdruckbildern diskutieren und mit den Ergebnissen der im Abschnitt 1.3 beschriebenen Methode (Methode B) vergleichen. Die Bilder wurden so ausgewählt, dass sie alle in dieser Arbeit angesprochene Fehlermuster enthalten und eine extrem schlechte Qualität aufweisen. Die Bewertung der Rekonstruktion erfolgt durch folgende Messungen:

- **Anzahl der nicht detektierten Minuzien (MM).** Diese Minuzien wurden manuell detektiert, sind aber nach der Rekonstruktionsfilterung nicht mehr im Ergebnisbild vorhanden.
- **Anzahl der fälschlicherweise detektierten Minuzien (FM).** Diese Minuzien konnten vor der Rekonstruktion nicht manuell detektiert werden, wurden aber durch die Rekonstruktionsfilterung erzeugt.

Anstelle von absoluten benutzen wir die relativen Messgrößen RMM und RFM:

$$RMM = \frac{MM}{N} \cdot 100\% \quad (5.1)$$

$$RFM = \frac{FM}{N} \cdot 100\% \quad (5.2)$$

$N$  ist die Anzahl der Minuzien, die im unverarbeiteten Bild manuell detektiert wurden.

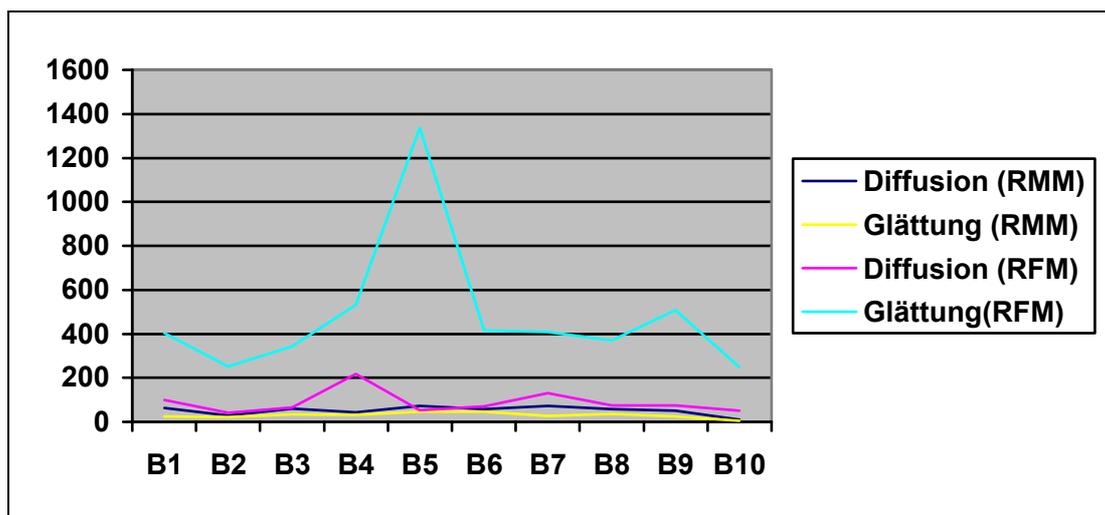


Abbildung 5.1: Fehlerverteilung bei der Detektierung von Minuzien.

Wie Abbildung 5.1 belegt, ist der RFM-Fehler bei der Methode B (im Durchschnitt 480%) entscheidend größer als bei der Methode A (im Durchschnitt 87%). Durch dieses Verhalten wäre ein korrektes Matching bei der Methode B nahezu ausgeschlossen, da die Anzahl von falschen Minuzien extrem hoch ist. Dagegen entspricht das Verhalten bei der Methode A unseren Erwartungen. Lokale Linienunterbrechungen, Narben oder komplexe Störmuster werden durch die Diffusionsfilterung rekonstruiert oder ausgeblendet. Auf diese Art wird die Entstehung falscher Minuzien vermieden. Der einzige Fehlverhalten bei dem Diffusionsvorgang ist eine Überglättung und daraus resultierende Verschiebung von einigen Minuzien. Dieser Effekt lässt sich vermeiden, indem die maximale Länge des Glättungsfilters verringert wird.

## 5.2 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit haben wir ein neues Rekonstruktionsverfahren vorgestellt, das im Vergleich zu den direkten Glättungsalgorithmen eine viel präzisere Wiederherstellung von qualitativ schlechten Fingerabdruckbildern ermöglicht. Besondere Merkmale dieses Verfahrens sind folgende:

- **Skalen-adaptive Bandpassfilterung.** Durch dieses Filter werden Bildstrukturen unterdrückt, die eindeutig dem Rauschen zugeordnet werden können. Das ermöglicht eine genaue Segmentierung der Fingerabdruckabbildung, was für die nachfolgende Rekonstruktionsfilterung von großer Bedeutung ist.

- **Genauere Berechnung des Rillenabstandes mit Hilfe von Gaborfiltern.** Gaborfilter wurden oft für die Filterung der Fingerabdruckbilder vorgeschlagen, aber noch nie für die Analyse der lokalen Frequenz von Papillarlinien. Ein Vorteil dieser Methode ist, dass die ermittelte Frequenz in Pixel gegeben ist, wodurch ein einfacheres und intuitives Filterdesign möglich wird. So kann eine genaue Anpassung des Filters an die lokalen Eigenschaften der Rillenstruktur erreicht werden. Der einzige Nachteil dieser Methode ist ihre Rechenintensität. Dies hängt damit zusammen, dass für die Realisierung eines genauen Bandpassfilters sehr große Faltungsmasken notwendig sind.
- **Ein adaptives Rekonstruktionsfilter.** Durch die Abhängigkeit der Filterparameter von der Kohärenzverteilung lässt sich eine sehr genaue Glättung erzielen, die nicht über qualitativ stabile Bildregionen hinausgeht. Die gleichzeitige, ebenfalls adaptive Rillenverstärkung verbessert das Amplitudenverhältnis und führt somit zur besseren Rillenextraktion.
- **Rekonstruktion durch inhomogene anisotrope Diffusion.** Durch die iterative Vorgehensweise und abwechselnde Anwendung eines Glättungs- und Verstärkungsfilters lassen sich auch sehr stark zerstörte Bildbereiche rekonstruieren. Darüber hinaus wird der Diffusionsvorgang durch sich selbst gesteuert und konvergiert automatisch, wenn keine weitere Verbesserung der lokalen Kohärenz erzielt werden kann.

Für eine Anwendung der vorgestellten Methode in den automatisierten Fingerabdruckererkennungssystemen muss die Effizienz der Einzelkomponenten deutlich gesteigert werden. Dies kann z.B. durch effizientere Speicherbehandlung, algorithmische Zerlegung von komplexen Filtermasken oder gröbere Bildabtastung erreicht werden. Auch aus algorithmischer Sicht können Verbesserungen erzielt werden. So kann z.B. die Orientierungsanalyse skalen-adaptiv erfolgen, weitere Merkmale wie beispielsweise lokale Krümmung können für das Filterdesign herangezogen werden.

## 6 Notationen

$B(x, y)$	Zweidimensionale Bildfunktion
$ \vec{a} $	Betrag des Vektors $a$
$\in$	Ist ein Element von
$\forall x$	Für alle Elemente $x$
$\exists x$	Es existiert ein Element $x$
$*$	Faltungsoperation
$D_p^i$	Diskreter Ableitungsoperator $i$ -ter Ordnung nach $p$
$\Lambda_\sigma$	LoG-Operator mit der Varianz $\sigma$
$\Omega$	Ein Glättungsoperator
$\hbar$	Ein Hochpassfilter
$\mathfrak{F}_i^F$	Filterfamilie des Filters $F$ mit der Entscheidungsfunktion $\hat{i}$
$card(M)$	Kardinalität der Menge $M$
$f$	lokale Rillenfrequenz in $\text{pixel}^{-1}$
$\chi$	morphologisches Strukturelement (SE)
$E_{B(x,y)}^\chi$	morphologische Öffnung
$\Gamma_{B(x,y)}^\chi$	morphologische Schließung
$\varphi(x)$	Anisotropiefunktion

## 7 Literaturverzeichnis

- [Erol et al., 99] EROL, A., HALICI, U., ONGUN, G.: *Feature selective filtering for ridge extraction*. CRC Press LLC, 1999.
- [Jain et al., 97] JAIN, A., HONG, L., BOLLE, R.: *On-line fingerprint verification*, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intell. 19 (1997): 302–313.
- [Jäh97] JÄHNE, B.: *Digitale Bildverarbeitung*. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1997. – ISBN 3-540-61379
- [Linde94] LINDENBERG, T.: *Scale-space theory in computer vision*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [Maio97] MAIO, D., MALTONI, D.: *Direct Gray-Scale Minutiae Detection In Fingerprints*. IEEE Trans. On PAMI, Vol.19, No.1 (1997): 27-39.
- [Ratha et al., 95] RATHA, N., CHEN, S., JAIN, A.: *Adaptive Flow Orientation Based Feature Extraction in Fingerprint Images*, Pattern Recognition, Vol. 28, No. 11, (1995): 1657-1672.
- [Sharr96] SHARR, H.: *Diploma thesis*, Univ. of Heidelberg, Germany, 1996
- [Tico et al., 2002] TICO, M., ONNIA, V., HUOSMANEN, P.: *Fingerprint image enhancement based on second directional derivative of the digital image*. EURASIP Journal on Applied Signal Processing 2002(10), (2002): 1135-1144.
- [Sher et al., 94] SHERLOCK, B., MONRO, D., MILLARD, K.: *Fingerprint enhancement by directional fourier filtering*. IEEE Proc. Vision. Image Signal Process. 141 (2) (1994): 87-94.

- 
- [Soille98] SOILLE, P.: *Digitale Bildverarbeitung*. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1998. – ISBN 3-540-64323-0.
- [Stock69] STOCK, R. SWONGER, S.: *Development and evaluation of a reader of fingerprint minutiae*, Cornell Aeronautical Laboratory. Technical Report CAL No. XM-2478-X-1 (1969): 13-17.
- [Zamp95] ZAMPERONI, P.: *Methoden der digitalen Bildsignalverarbeitung*. Vieweg W., 1995. - ISBN 3528233656.

## **Erklärung zur Diplomarbeit**

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen Hilfsmittel als die angegebenen Quellen benutzt habe. Alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, habe ich als solche gekennzeichnet. Weiter erkläre ich, die Diplomarbeit in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt zu haben.

Berlin, den 8. August 2004

.....  
Kirill Lepski